

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

1. المعادلة $1441x^2 + 2019x - 1991 = 0$ تقبل حلين سالبين (دون حساب المميز) .
2. الدالة f المعرفة على المجال $] -\infty ; 1]$ بـ : $f(x) = \sqrt{1-x}$ متناقصة تماما على $] -\infty ; 1]$.
3. إذا كانت الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2$ و الدالة g معرفة على $\mathbb{R}^+$ بـ : $g(x) = \sqrt{x}$. فإن : $g \circ f = f \circ g$.
4. حلول المعادلة $\sqrt{x+1} = 2x - 1$ هي : $S = \{0 ; \frac{5}{4}\}$.

التمرين الثاني:

نعتبر كثير حدود $P(x)$ حيث : $P(x) = x^3 + (\sqrt{2} - 1)x^2 + (2 - \sqrt{2})x + 2\sqrt{2}$.

1. أحسب $P(-\sqrt{2})$. ماذا تستنتج .
2. أوجد العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $P(x) = (x + \sqrt{2})(x^2 + ax + b)$
3. عين حسب قيم x إشارة $P(x)$.
4. عين حلول المتراجحة $xP(x) > 0$
5. لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 - x + 2$. و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 - بين أنه من أجل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$.
 - بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .
 - بين كيف يمكننا رسم المنحنى (C_f) إنطلاقا من منحنى الدالة المربع ثم أنشئه .
 - لتكن الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كمابلي : $g(x) = f(|x|)$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني (أ) بين أن الدالة h دالة زوجية .
(ب) بين كيف يمكننا رسم المنحنى (C_g) إنطلاقا من (C_f) . ثم ارسمه .

تصحيح الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

الإجابة بصحيح او خطأ مع التعليل:

1. خطأ .

التعليل: بفرض ان حلي المعادلة هما x_1 و x_2 نجد : $x_1 \times x_2 = \frac{-1991}{1441}$ أي $x_1 \times x_2 < 0$ و هذا معناه أن العددين x_1 و x_2 من إشارتان مختلفتان .

2. صحيح.

التعليل: لدينا الدالة $x \mapsto 1 - x$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty ; 1]$ و من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty ; 1]$ لدينا $f(x) \in [0 ; +\infty[$. ولدينا الدالة $x \mapsto \sqrt{x}$ متزايدة تماما على المجال $[0 ; +\infty[$ و عليه الدالة $x \mapsto \sqrt{1 - x}$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty ; 1]$.

3. خطأ.

التعليل: لدينا $f(x) = x^2$ و $D_f = \mathbb{R}$ ولدينا $g(x) = \sqrt{x}$ و $D_g = \mathbb{R}^+$.

لدينا : $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 = x$

و : $D_{f \circ g} = \mathbb{R}^+$ أي $D_{f \circ g} = \{x / g(x) \in D_f \text{ و } x \in D_g\}$

ولدينا : $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(x^2) = \sqrt{x^2} = |x|$

و : $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$ أي $D_{g \circ f} = \{x / f(x) \in D_g \text{ و } x \in D_f\}$

و عليه : $g \circ f \neq f \circ g$

4. خطأ.

التعليل: يكون للمعادلة : $\sqrt{x+1} = 2x-1$ حلول إذا كان $2x-1 \geq 0$ أي $x \geq \frac{1}{2}$

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[\frac{1}{2} ; +\infty[$ لدينا : $(\sqrt{x+1})^2 = (2x-1)^2$

أي : $x+1 = 4x^2 - 4x + 1$ معناه : $4x^2 - 5x = 0$ أي $x(4x-5) = 0$

مرفوض $x_1 = 0$

مقبول $x_2 = \frac{5}{4}$

وبالتالي للمعادلة حل وحيد : $S = \{\frac{5}{4}\}$

التمرين الثاني:

1. حساب $P(-\sqrt{2})$:

لدينا : $P(-\sqrt{2}) = (-\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2}-1)(-\sqrt{2})^2 + (2-\sqrt{2})(-\sqrt{2}) + 2\sqrt{2}$

أي : $P(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + (\sqrt{2}-1)2 + (2-\sqrt{2})(-\sqrt{2}) + 2\sqrt{2}$

معناه : $P(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} = 0$

الإستنتاج : العدد $(-\sqrt{2})$ جذر لكثير الحدود $P(x)$.

2. إيجاد العددين الحقيقيين a و b :

$$P(x) = (x + \sqrt{2})(x^2 + ax + b) \quad \text{لدينا :}$$

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + \sqrt{2}x^2 + a\sqrt{2}x + b\sqrt{2} \quad \text{أي :}$$

$$P(x) = x^3 + (a + \sqrt{2})x^2 + (b + a\sqrt{2})x + b\sqrt{2} \quad \text{معناه :}$$

$$\left. \begin{array}{l} a + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1 \\ b\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{array} \right\} \text{بالمطابقة نجد :} \quad \left. \begin{array}{l} a = -1 \\ b = 2 \end{array} \right\} \text{ومنه :}$$

3. تعيين إشارة $P(x)$ حسب قيم x :

$$\left. \begin{array}{l} x + \sqrt{2} = 0 \\ x^2 - x + 2 = 0 \end{array} \right\} \text{لدينا : } P(x) = (x + \sqrt{2})(x^2 - x + 2) \text{ . ومنه : } P(x) = 0 \text{ معناه}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -\sqrt{2} \\ x^2 - x + 2 = 0 \end{array} \right\} \text{أي :}$$

$$\text{حل المعادلة } x^2 - x + 2 = 0 :$$

حساب المميز : لدينا $\Delta = 1 - 8 = -7$ منه المعادلة $x^2 - x + 2 = 0$ ليس لها حلول .

ومنه إشارة $P(x)$ هي نفس إشارة $(x + \sqrt{2})$ لأن $(x^2 - x + 2)$ موجب تماما .

وعليه إشارة $P(x)$:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$+\infty$
$x + \sqrt{2}$	-	0	+
$P(x)$	-	0	+

4. تعيين حلول المتراجحة $xP(x) > 0$:

يؤول حل المتراجحة $xP(x) > 0$ إلى دراسة إشارة $xP(x)$:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$+\infty$
$P(x)$	-	0	+	
x	-		0	+
$xP(x)$	+	0	-	+

ومنه حلول

5. لدينا : $f(x) = x^2 - x + 2$:

• تبيان أنه من أجل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$:

$$\text{لدينا : } (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} = x^2 - x + \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = x^2 - x + 2 = f(x)$$

• تبيان أن المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) :

يكفي أن نبين أن $f(2a - x) = f(x)$ حيث $a = \frac{1}{2}$

$$f(1 - x) = (1 - x)^2 - (1 - x) + 2 \quad \text{لدينا :}$$

$$f(1 - x) = x^2 - 2x + 1 - 1 + x + 2 \quad \text{أي :}$$

$$f(1 - x) = x^2 - x + 2 = f(x) \quad \text{ومنه :}$$

وعليه المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

• شرح كيفية رسم المنحنى (C_f) إنطلاقاً من منحنى الدالة المربع:

المنحنى (C_f) هو صورة المنحنى الممثل للدالة المربع بالإنسحاب الذي شعاعه $(\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{7}{4}\vec{j})$.

• لدينا الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = f(|x|)$
أ) تبين أن الدالة g دالة زوجية:

لدينا : $D_g = \mathbb{R}$ وهو متناظر بالنسبة للصفر (0)

ولدينا: $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$
ومنه الدالة g دالة زوجية .

ب) شرح كيفية رسم المنحنى (C_g) إنطلاقاً من (C_f) :

المنحنى (C_g) متناظر بالنسبة لمحور الترتيب و متطابق على (C_f) على المجال $[0 ; +\infty[$

و لرسم المنحنى (C_g) نرسم منحنى متطابق على (C_f) على المجال $[0 ; +\infty[$ ثم نرسم نظيره بالنسبة لمحور الترتيب .

التمثيلات البيانية:

