



ديسمبر 2024

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

المدة : 2 سا

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين 1 (10 ن)(I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + x + 2$ (1) أدرس تغيرات الدالة g .(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق ان $-2.2 < \alpha < -2.1$ (3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1 - xe^x}{e^x + 1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = \frac{-g(x)e^x}{(e^x + 1)^2}$ ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.(4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .(5) بين أن: $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.(6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث: $0.5 < \beta < 0.6$ (7) مثل بيانيا كل من (Δ) و (C_f) .

التمرين 2 (10 ن)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 2$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

(2) أ) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

(5) أرسم (T) و (C_f) . (يعطى $\alpha = 1.6$)

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حول المعادلة : $x^3 + 2mx^2 + x - 2\ln x + 2m = 0$

بالتوفيق.

التصحيح النموذجي

(I 1) دراسة تغيرات الدالة g

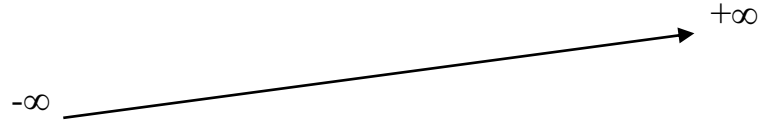
النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

حساب $g'(x)$:

g دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و g' دالتها المشتقة حيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x) = e^x + 1$

إشارة $g'(x)$: $g'(x) > 0$ لأن $1 > 0$ و $e^x > 0$ و منه g دالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$		

(2) نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق ان $-2.2 < \alpha < -2.1$

مبرهنة القيم المتوسطة

(3) استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II 1) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

التفسير الهندسي (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 1$ بجوار $-\infty$

(2) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

(3) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = \frac{-g(x)e^x}{(e^x+1)^2}$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها

• إشارة $f'(x)$: عكس إشارة $g(x)$ لأن $(e^x + 1)^2 > 0$ و $e^x > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$-g(x)$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-

و منه f دالة متزايدة تماما على المجال $]-\infty; \alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$

• جدول التغيرات

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	1	$f(\alpha)$	$-\infty$

4 أ) نبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+x}{e^x + 1} \right) = 0$$

اذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب) الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	+

الوضع النسبي

- على المجال $]-\infty; -1[$: (C_f) يقع تحت (Δ)
 - على المجال $]-1; +\infty[$: (C_f) يقع فوق (Δ)
- لما $x = -1$

$$(C_f) \cap (\Delta) = A(-1; 1)$$

(5) نبين أن : $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$

لدينا $g(\alpha) = 0$ و منه $e^\alpha + \alpha + 2 = 0$ اذن (*) $e^\alpha = -(\alpha + 2)$

$$\text{لدينا } f(\alpha) = \frac{1 - \alpha e^\alpha}{e^\alpha + 1} \text{ (1)}$$

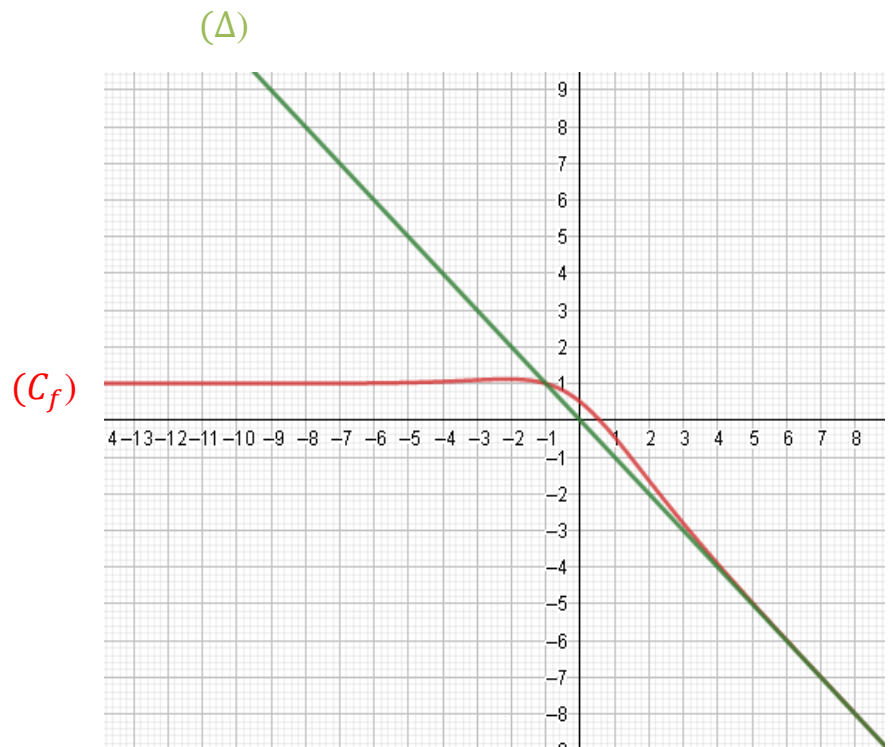
بتعويض (*) في (1) نجد $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$

استنتاج حصر لـ $f(\alpha)$: $1.1 < f(\alpha) < 1.2$

(6) نبين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث : $0.5 < \beta < 0.6$

مبرهنة القيم المتوسطة

(7) التمثيل بيانيا كل من (Δ) و (C_f) .



تمرين 2

(I) اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

- حساب $g'(x)$:
 g دالة قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ و g' دالتها المشتقة حيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا:
 $g'(x) = -4x \ln x$
- إشارة $g'(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$			
	+	0	-

و منه g دالة متزايدة تماما على المجال $]0; 1[$ و متناقصة تماما على المجال $[1; +\infty[$

جدول التغيرات

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$			
	+	0	-
$g(x)$			
	1	2	$-\infty$

(2) نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 2$

مبرهنة القيم المتوسطة

(3) استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$			
	+	0	-

(II) 1. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$

التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 0$ بجوار $+\infty$

$$(2) \text{ أ) نبين انه من اجل كل } x \text{ من }]0; +\infty[: f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها.

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$			
	+	0	-

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$

جدول التغيرات

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$			
	+	0	-
$f(x)$			
	$-\infty$	$f(\alpha)$	0

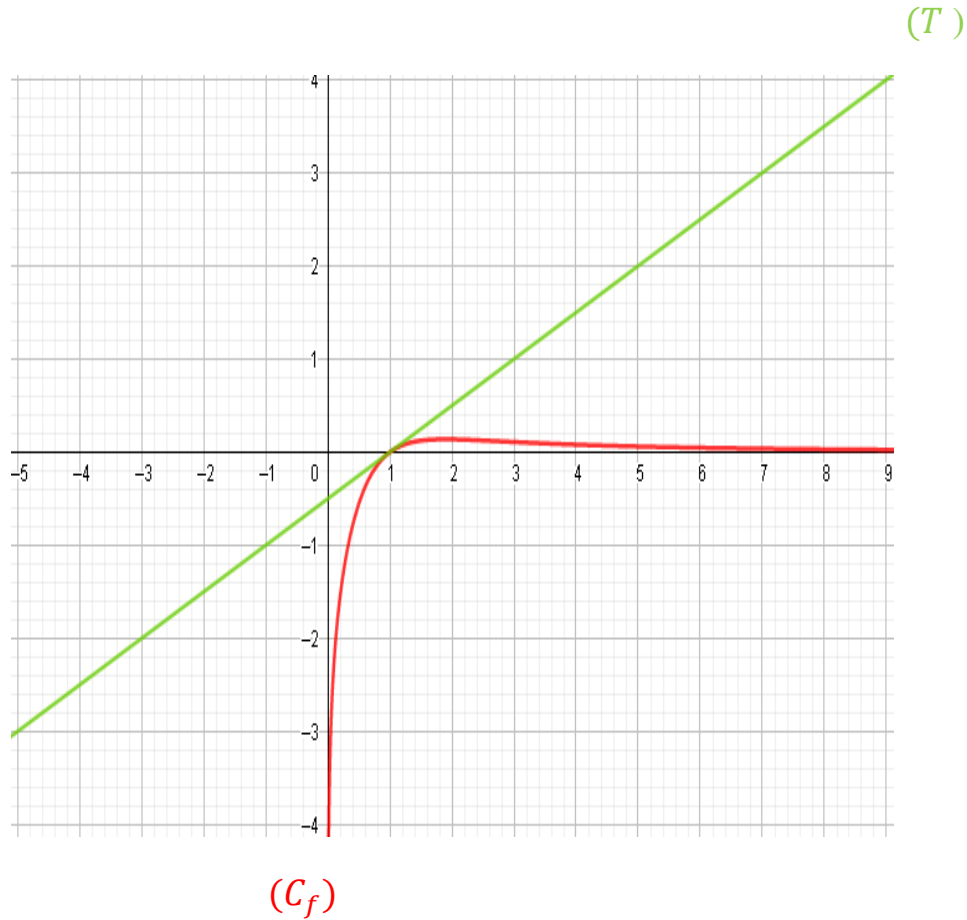
$$(3) \text{ نبين أن : } f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$$

$$\text{حصر } f(\alpha) : 0.125 < f(\alpha) < 0.22$$

(4) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1.

$$(T): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

(5) رسم (T) و (C_f).



(6) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حول المعادلة : $x^3 + 2mx^2 + x - 2\ln x + 2m = 0$

لدينا $x^3 + 2mx^2 + x - 2\ln x + 2m = 0$ ومنه $f(x) = \frac{1}{2}x + m$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x + m$ الذي يوازي (T)

- لما $m \in]-\infty; -\frac{1}{2}[$ فإن المعادلة تقبل حلين

- لما $m = -\frac{1}{2}$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد هو 1

- لما $m \in]-\frac{1}{2}; +\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول.