

التمرين الأول:

(U_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 1$ و $U_0 = 1$.

1. احسب الحدود U_1, U_2, U_3, U_4 .

2. برهن بالآلة اجمع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 < U_n < \frac{5}{3}$.

3. بين أن (U_n) متزايدة تماما.

4. هل (U_n) متقاربة؟ برر.

نضع: $V_n = U_n - \frac{5}{3}$

1. بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2. اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

3. احسب بدلالة n مجموعين: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ و $Y_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

4. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثاني:

الجزء الأول: g دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني: f دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 2 + \frac{1 - \ln x}{x}$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2. بين أن $y = x - 2$ معادلة المقارب المائل (Δ) للمنحنى (C_f) ، ثم أدرس وضعيته بالنسبة إلى (C_f) .

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، استنتج جدول تغيرات الدالة

4. بين أن: $f(\alpha) = 2\alpha - 2 - \frac{1}{\alpha}$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5. هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم (Δ) .