



التَّارِيخُ: 2024/05/21
المُدَّة: ساعتين

المادَّة: رياضيات
المستوى: 1 ج م ع ت

إختبار الفصل الثالث

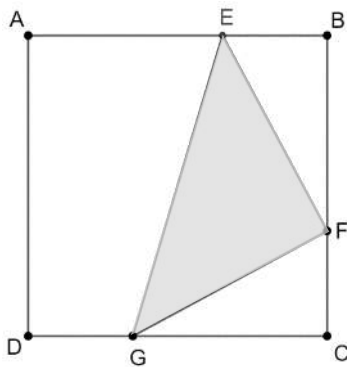
التَّعْمِيرِينَ الْأَوَّلُ: (05 قَاط)

قامت إدارة مستشفى بدراسة إحصائية لأعمار المرضى المتواجدين عندهم والذي يبلغ عددهم ألف مريض. النتائج المتحصّل عليها نظّمت في الجدول التالي:

الفئة العمرية	$[0;10[$	$[10;30[$	$[30;60[$	$[60;100[$
عدد المرضى	$5\alpha + 100$	180	9α	$\alpha^2 + 2\alpha$

1. عيّن قيمة العدد الحقيقي α .
2. نضع $\alpha = 20$ ، اعد رسم الجدول ثم احسب التكرار المجمّع الصّاعد ومراكز وأطوال الفئات.
3. احسب متوسط عمر المرضى في هذا المستشفى.
4. احسب التّباين V واستنتج الانحراف المعياري σ لهذه السّلسلة الإحصائية.
5. عيّن الفئة المنوالية والفئة الوسيطة ثم احسب الوسيط.
6. مثل هذه السّلسلة بمدرج تكراري.

التَّعْمِيرِينَ الثَّانِي: (05 قَاط)



في الشّكل المقابل $ABCD$ مربع طول ضلعه 4 cm .

E نقطة من $[AB]$ ، F نقطة من $[BC]$ و G نقطة من $[CD]$.

حيث: $BE = CF = DG = x$ ، مع x عدد حقيقي.

1. بيّن أنّه مهما كان x فإنّ مساحة الرّباعي $AEGD$ هي 8 cm^2 .

2. بيّن أنّ المثلثين EBF و FCG متقايسان.

3. نضع $f(x)$ مساحة المثلث EFG .

أ. احسب بدلالة x مساحة EBF ، ثمّ بيّن أنّ $f(x) = x^2 - 4x + 8$ وتحقّق أنّ $f(x) = (x - 2)^2 + 4$.

ب. ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f على المجالين $]-\infty; 2]$ و $[2; +\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

ج. ما هي أصغر مساحة للمثلث EFG . علّل؟

د. عيّن قيم x بحيث تكون مساحة المثلث EFG تساوي ست مرات مساحة المثلث EBF .

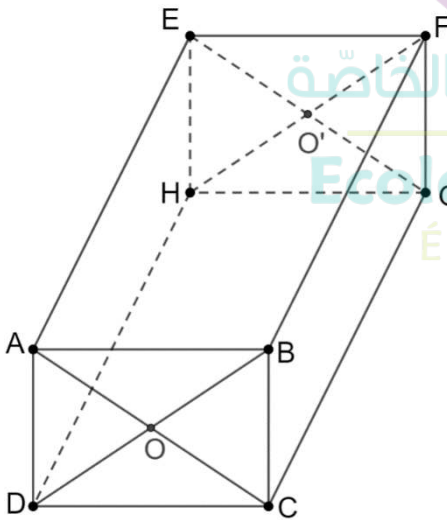
التمرين الثالث: (05 قاط)

ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 3cm ، ولتكن D, E, F نقط من $[AB], [BC], [AC]$ على الترتيب حيث $AD = BE = CF = 1\text{cm}$.

1. أنشئ الشكل بالأطوال الحقيقية.
2. بين أن المثلثات ADF, BDE, CEF متقايسة، ثم استنتج طبيعة المثلث DEF .
3. لتكن النقطة H منتصف $[BC]$ ، حيث (AH) هو محور للقطعة $[BC]$.
4. أثبت أن المستقيمين (AH) و (DE) متوازيان.
5. استنتج طبيعة المثلث BDE ، ثم احسب الطول DE .
6. بين أن المثلثين ABC و DEF متشابهان، وعيّن نسبة هذا التشابه.

التمرين الرابع: (05 قاط)

الشكل الموالي هو تمثيل بالمنظور المتساوي القياس لمتوازي المستطيلات $ABCDEFGH$. حيث $AB = 4\text{cm}$ ، $BC = 3\text{cm}$ و $BF = 8\text{cm}$. O مركز المستطيل $ABCD$ و O' مركز المستطيل $EFGH$.



1. حدّد الوضع النسبي لكلّ من:
 - أ. المستوي (ABC) والمستوي (EFG) .
 - ب. المستوي (EHB) والمستوي (ADC) .
 - ج. المستوي (DCG) والمستقيم (OO') .
 - د. المستقيم (HG) والمستقيم (OO') .
2. أ. بين أن المستقيمين (OB) و (BF) متعامدان.
 - ب. استنتج طبيعة الرباعي $OBFO'$ ، ثم احسب الطول (OF) .
 - ج. عيّن كل المستقيمات العمودية على المستقيم (OB) .
3. أ. احسب الطول CM حيث M هي نقطة تقاطع المستقيم (AO') مع المستوي (DCG) .
 - ب. عيّن نوع الجسم $ABCDM$ ثم احسب حجمه.

التمرين الثاني:

1. مساحة الرّباعي $AEGD$:

$$S = \frac{(DG + AE) \times AD}{2} = \frac{(x + 4 - x) \times 4}{2} = 8cm^2$$
2. EBF و FCG متقايسان:
 لدينا: $\hat{EBF}$ و $\hat{FCG}$ زاويتان قائمتان،
 ولدينا أيضا $FC = EB = x$ و $GC = FB = 4 - x$
 ومنه المثلثان EBF و FCG متقايسان.

3. أ.

♦ مساحة EBF :

$$S_{EBF} = \frac{EB \times BF}{2} = \frac{(4 - x) \times x}{2} = \frac{4x - x^2}{2}$$

♦ لدينا: $f(x) = S_{ABCD} - S_{AEGD} - 2S_{EBF}$
 ومنه: $f(x) = 16 - 8 - 2\left(\frac{4x - x^2}{2}\right)$
 نجد: $f(x) = x^2 - 4x + 8$
 ♦ لدينا: $(x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 4 + 4$
 ومنه: $(x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$
 أي: $f(x) = (x - 2)^2 + 4$ صحيحة.

ب. دراسة اتجاه تغير الدالة f .

- ♦ اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 2]$:
 ليكن x_1 و x_2 عدنان من المجال $]-\infty; 2]$ حيث:
 $x_1 \leq x_2 \leq 2$ ، أي: $x_1 - 2 \leq x_2 - 2 \leq 0$
 يكون: $(x_1 - 2)^2 \geq (x_2 - 2)^2 \geq 0$
 أي: $(x_1 - 2)^2 + 4 \geq (x_2 - 2)^2 + 4 \geq 4$
 ومنه: $f(x_1) \geq f(x_2)$
- نستنتج أن الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty; 2]$.
- ♦ اتجاه تغير الدالة f على المجال $[2; +\infty[$:
 ليكن x_1 و x_2 عدنان من المجال $[2; +\infty[$ حيث:
 $2 \leq x_1 \leq x_2$ ، أي: $0 \leq x_1 - 2 \leq x_2 - 2$
 ويكون: $0 \leq (x_1 - 2)^2 \leq (x_2 - 2)^2$
 أي: $4 \leq (x_1 - 2)^2 + 4 \leq (x_2 - 2)^2 + 4$
 ومنه: $f(x_1) \leq f(x_2)$
- نستنتج أن الدالة f متزايدة على المجال $[2; +\infty[$.

التمرين الأول:

1. إيجاد قيمة α :
 لدينا: $5\alpha + 100 + 180 + 9\alpha + \alpha^2 + 2\alpha = 1000$
 أي: $\alpha^2 + 16\alpha - 720 = 0$ نجد:
 $\alpha = -36$ مرفوض ، $\alpha = 20$ مقبول.
- 2.

الفئة العمرية	$[0;10[$	$[10;30[$	$[30;60[$	$[60;100[$
عدد المرضى	200	180	180	440
ت . م . ص	200	380	560	1000
مركز الفئة	5	20	45	80
طول الفئة	10	20	30	40

3. حساب متوسط عمر المرضى:

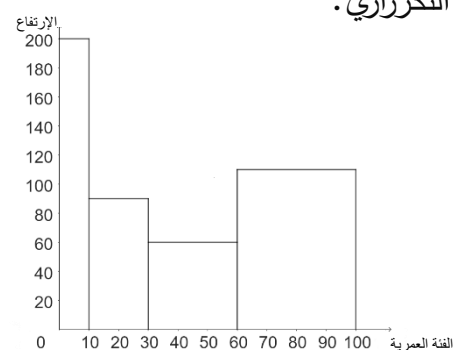
$$\bar{X} = \frac{200 \times 5 + 180 \times 20 + 180 \times 45 + 440 \times 80}{1000}$$
- نجد: $\bar{X} = 47,9$
4. حساب التباين:

$$V = \frac{200 \times 5^2 + 180 \times 20^2 + 180 \times 45^2 + 440 \times 80^2}{1000} - (47,9)^2$$
- نجد: $V = 963,09$

حساب الانحراف المعياري:

$$\delta = \sqrt{963,09} \approx 31,03$$

5. الفئة المنوالية: $[60;100[$.
 رتبة الوسيط: $p = \frac{1000}{2} = 500$
 الفئة الوسيطة: $[30;60[$.
 الوسيط: $m = 30 + \frac{120}{180} \times 30 = 50$
6. المدرج التكراري:



جدول تغيراتها:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		4	

ج. أصغر مساحة المثلث EFG هي 4 cm^2 ، لأن $f(x)$ هي مساحة المثلث EFG ، و القيمة الحدية الصغرى للدالة f هي 4 تبلغها عند $x = 2$.

د. مساحة EFG تساوي ست مرات مساحة EBF :

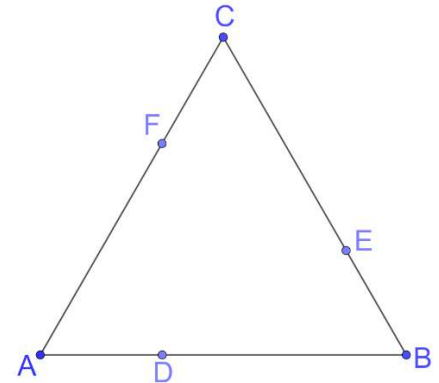
$$\text{معناه: } x^2 - 4x + 8 = 6 \left(\frac{4x - x^2}{2} \right)$$

بعد التبسيط نجد: $x^2 - 4x + 2 = 0$ ، نحل المعادلة باستعمال المميز نجد للمعادلة حلين:

$$x_1 = \sqrt{2} + 2 \text{ و } x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

التمرين الثالث:

1. إنشاء الشكل:



2.

لدينا: $AD = BE = CF = 1 \text{ cm}$

و $AF = CE = BD = 2 \text{ cm}$

و $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$

ومنه المثلثات ADF ، BDE و CEF متقايسة.

بما أن المثلثات متقايسة فإن $DF = DE = EF$ ،

نستنتج أن المثلث EDF متقايس الأضلاع.

3.

بما أن H منتصف $[BC]$ معناه $BH = 1,5 \text{ cm}$ و

$BE = 1 \text{ cm}$ ، ولدينا: $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BH} = \frac{2}{3}$ ومنه حسب

النظرية العكسية لطالس فإن (DE) و (AH)

متوازيان.

4. لدينا (AH) عمودي على (BC) ، و (AH) و

(DE) متوازيان، ومنه (BC) و (DE) متعامدان،

نستنتج أن المثلث BDE قائم في E .

بتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث BDE :

$$BD^2 = BE^2 + ED^2 \text{ نجد } DE = \sqrt{3}$$

5. بما كلا من المثلثين ABC و DEF متقايس الأضلاع

فهما متشابهان، نسبة التشابه هي: $\frac{AB}{DE} = \sqrt{3}$.

التمرين الرابع:

1. الأوضاع النسبية:

أ. متوازيان. ب. متقاطعان في (BC) .

ج. متوازيان. د. ليسا من نفس المستوي.

2. أ. لدينا (BF) يعامد (BA) و (BF) يعامد (BC)

ومنه (BF) يعامد المستوي (ABC) ، أي يعامد كل

مستقيماته بما فيهم (OB) .

ب. لدينا $OB = O'F$ ، و (OB) و $(O'F)$ متوازيان،

ولدينا (BF) و (OB) متعامدان، ومنه الرباعي

$OBFO'$ مستطيل.

بتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث OBF :

$$OF^2 = OB^2 + BF^2 \text{ نجد } OF \approx 8,38$$

(مع $OB = 2,5 \text{ cm}$ باستعمال فيثاغورس)

ج. المستقيمات العمودية على (OB) هي:

(BF) ، (AC) ، (EG) ، (AE) ، (DH) و (CG) .

3. أ. لدينا (AC) و (GO') متوازيان حسب نظرية طالس

$$\text{فإن: } \frac{MO'}{MA} = \frac{GO'}{AC} = \frac{MG}{MC} = \frac{1}{2}$$

أي G هي منتصف $[MC]$ ومنه $MC = 16$.

ب. المجسم $ABCDM$ هو هرم، حجمه هو:

$$V = S_{ABCD} \times CM = 4 \times 3 \times 16 = 192 \text{ cm}^3$$

من إعداد: الأستاذ بن مسعود