

التمرين الأول: (06 نقاط)

1- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$.

(أ) بين من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_{n+1} = 1 - \frac{4}{u_n + 3}$ ، ثم برهن بالتراجع أن: $-1 < u_n \leq 0$

(ب) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

2- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

(أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

(ب) احسب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

3- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 \times v_0 + u_1 \times v_1 + u_2 \times v_2 + \dots + u_n \times v_n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ و $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$ ونعتبر $I_1 = \int_0^1 f(x) dx$ و $I_2 = \int_0^1 g(x) dx$

اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث مع التعليل

1- (أ) $I_1 = \ln 2$ (ب) $I_1 = \frac{1}{2} \ln 2$ (ج) $I_1 = \ln 3$

2- (أ) $I_1 + I_2 = \int_0^1 x dx$ (ب) $I_1 + I_2 = \frac{1}{2} \int_0^1 x dx$ (ج) $I_1 + I_2 = 2 \int_0^1 x dx$

3- (أ) $I_2 = 1 - \ln 2$ (ب) $I_2 = 1 - \frac{1}{2} \ln 2$ (ج) $I_2 = \frac{1}{2} (1 - \ln 2)$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

f دالة معرفة على $D =]1, +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + 2 \ln \left(\frac{x}{x-1} \right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm)

1- (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسياً، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) حدد اتجاه تغير الدالة f على D ، واستنتج جدول تغيراتها.

2- أثبت أن المستقيم (Δ) معادلته: $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) محددًا الوضع النسبي بينهما.

3- تحقق أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة فاصلتها 2 معادلته: $y = 3 + \ln 4$

4- أنشئ (C_f) ، (Δ) و (T)

5- m وسيط حقيقي

(أ) تحقق أن النقطة $A(2; 3 + \ln 4)$ نقطة ثابتة من المستقيم معادلته: $y = mx - 2m + 3 + \ln 4$

(ب) ناقش بيانها وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx - 2m + 3 + \ln 4$