

التَّارِيخُ: 2021/11/29

المادَّة: الرياضيات

المدة: 02 ساعا و30د

المستوى: 3 ت إ

اختبار الفصل الأول

تمرين 1:

(u_n) متتالية عددية معرفة بدورها الأول $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$

I. عيِّن قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

II. في كل ما يلي: $\alpha = 3$

(1) أحسب الحدود u_1 , u_2 , u_3 .

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$ فإن: $u_n > 1$

ب- جدّ اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج؟

(3) لتكن (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 1$

أ) بيِّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول v_0 و أساسها q .

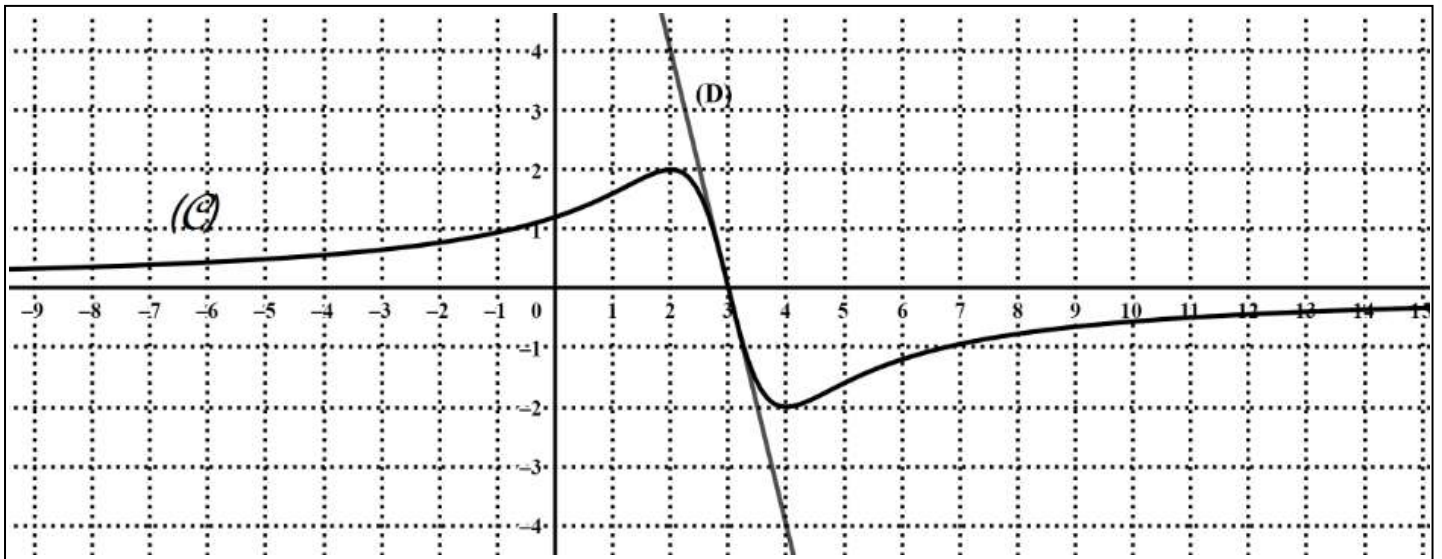
ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2\left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$.

ج) ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

(4) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

تمرين 2:

في الشكل المرفق التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$, (Δ) مماس لـ (C) عند النقطة $A(3; 0)$



(1) عيِّن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) عيِّن معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

3) أدرس وضعية (C) بالنسبة لمحور الفواصل ثم استنتج إشارة f .

4) عيّن $f'(2)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f .

5) عيّن $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$ ثم أكتب معادلة (Δ) .

6) ناقش بيانًا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$

تمرين 3:

نعتبر الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2+5x+10}{x+2}$

ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيًا.

2) أ- عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c حيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$

ب- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C).

ج- أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) أ- بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$ فإنّ: $f'(x) = \frac{x^2+4x}{(x+2)^2}$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها، ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) لمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

5) بيّن أنّ النقطة $\Omega(-2; 1)$ هي مركز تناظر للمنحني (C).

6) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحني (C).

7) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = \frac{x^2+5|x|+10}{|x|+2}$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ- بيّن أنّ g دالة زوجية.

ب- اشرح كيفية انشاء المنحني (C_g) اعتمادا على المنحني (C) ثم أنشئه.

$$S'_n = S_n + n + 1$$

$$= \frac{5}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{n+1} \right) + n + 1$$

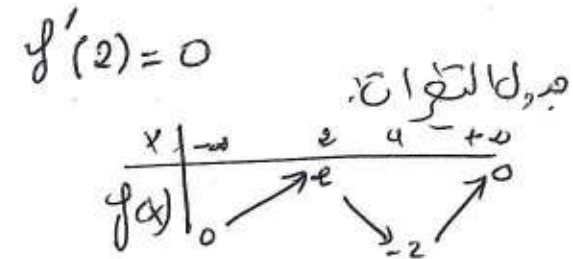
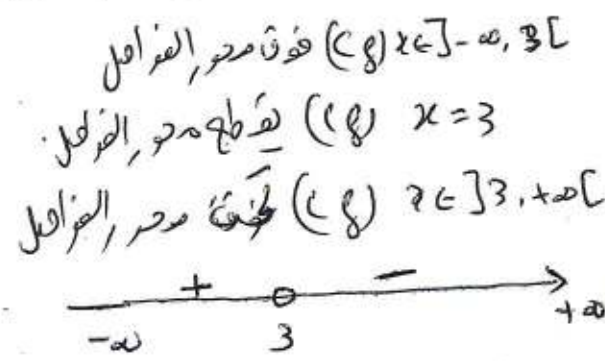
1020

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+ , \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty , \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = -\infty$$

$y=0$ م.م افقي، $x=3$ م.م عمودي

دراسة وظيفية (f) بالسيطرة الفواصل



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = f'(3) = -2$$

معادلة (D):

$$y = f'(3)(x - 3) + f(3)$$

$$y = -2x + 6$$

المناقشة البيانية:

$m < -2$ لا توجد حلول.

$m = -2$ حل وحيد صفائفا

$-2 < m < 0$ حلان

$m = 0$ حل وحيد

$0 < m < 2$ حلان

$m = 2$ حل وحيد صفائفا

$m > 2$ لا توجد حلول

103

$$V_n = U_n - 1$$

لدينا:

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 1$$

$$= \frac{1}{5} U_n + \frac{4}{5} - \frac{5}{5}$$

$$= \frac{1}{5} U_n - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5} (U_n - 1)$$

$$V_{n+1} = \frac{1}{5} V_n$$

سلسلة هندسية

$$V_0 = U_0 - 1 = 2$$

كتابة الى العام:

$$V_n = V_0 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^n$$

$$V_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^n$$

الاستنتاج لـ U_n :

$$U_n = V_n + 1$$

$$U_n = 2 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1$$

لـ (U_n) :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 = 1$$

لأن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5} \right)^n = 0$

المجموع:

$$S_n = V_0 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{5}} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{n+1}}{\frac{4}{5}} \right)$$

$$= \frac{5}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{n+1} \right)$$

توضيح امتحان الفصل I

1010

(1) قيمة α :

$$\frac{1}{5} \alpha + \frac{4}{5} = \alpha$$

$$\alpha + 4 = 5\alpha$$

$$4\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 1$$

(2) صواب المبرهن:

$$U_1 = \frac{1}{2} (3) + \frac{4}{5} = \frac{3}{2} + \frac{4}{5} = \frac{15+8}{10} = \frac{23}{10}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{23}{10} \right) + \frac{4}{5} = \frac{23}{20} + \frac{16}{20} = \frac{39}{20}$$

(3) البرهان بالترجع: $U_n > 1$

الحققة من صدم $P(0)$

صحيحة $U_0 > 1 \rightarrow 3 > 1$

نؤمن من صدم $P(n)$ ونثبت $P(n+1)$

لدينا $U_n > 1$

$$\frac{1}{5} U_n > \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5} U_n + \frac{4}{5} > 1$$

وهذا $U_{n+1} > 1$

اذن $P(n)$ صحيحة من اجل كل n طبيعي

النتيجة تنفي (U_n) :

$$U_{n+1} - U_n = \frac{\alpha + 4}{5} - \frac{5U_n}{5}$$

$$= \frac{-4U_n + 4}{5}$$

لدينا $U_n > 1$

$$-4U_n < -4$$

$$-4U_n + 4 < 0$$

وبالتالي (U_n) متناقصة لمسائل n

لدينا (U_n) متناقصة كما اننا نعلم

فما لا يقل اذن هي صفائفا

فنا بدله الاستقامه على $12-1-2$ و

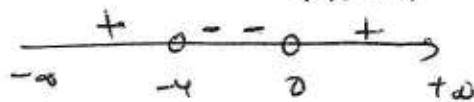
$$f'(x) = \frac{(2x+5)(x+2) - 1(x^2+5x+10)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{2x^2+4x+5x+10 - x^2-5x-10}{(x+2)^2} = \frac{x^2+4x}{(x+2)^2}$$

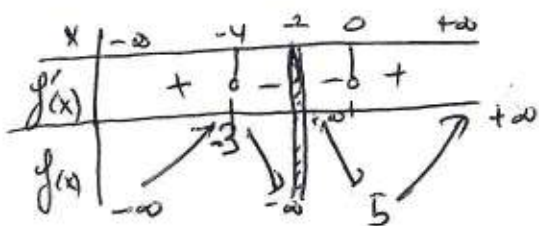
لدينا: $(x+2)^2 > 0$ اذن انك f' من انك f' البس

$$x^2+4x=0 \Rightarrow x=0$$

$$\Rightarrow x=-4$$



f متناقصه تمامًا $[-\infty, -4]$ f متناقصه تمامًا $[0, +\infty]$
 f متناقصه تمامًا $[-4, 0]$ f متناقصه تمامًا $[0, +\infty]$



$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2} + \frac{12}{2}$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$

معادلة المماس:

مركز تماثل: $(-2, 1)$

$$-4-x \in 12-1-2$$

$$f(-4-x) + f(1) = 2$$

$$= -4-x+3 + \frac{4}{-4-x+2} + x+3 + \frac{4}{x+2}$$

$$= 2 + \frac{4}{-x-2} + \frac{4}{x+2} = 2$$

f زوجية:

$$D_f = 12 \quad \text{متناظر بالنسبة لـ } 0$$

$$g(-x) = \frac{(x^2+5|x|+10)}{1-x+2} = \frac{x^2+5|x|+10}{x+2} = g(x)$$

شرح كيفية استاذ (ع):

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq 0 \\ f(-x) & x \leq 0 \end{cases}$$

(ع) متطابق على (ع)

نماذج الجواب الموجب بالنسبة للمعالم

لا (ع) زوجية

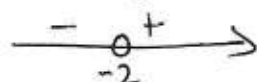
$$f(x) = \frac{x^2+5x+10}{x+2}$$

30

(1) النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$$

$x = -2$

م. م. ع. د.

(2) الأعداد a, b, c:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{ax^2 + 2ax + bx + 2b + c}{x+2}$$

المطابق:

$$a = 1$$

$$2a + b = 5$$

$$2 + b = 5$$

$$b = 3$$

$$2b + c = 10$$

$$c = 4$$

(3) المسقط المماس على المماس:

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = y$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} x + 3 + \frac{4}{x+2} - (x+3)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{4}{x+2} = 0$$

(4) الوصفية:

$$g(x) = y$$

$$(5) 1-2, 2L \quad (6) 1-2, 2L$$

$$(7) 1-2, 2L \quad (8) 1-2, 2L$$