

التمرين الأول:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases} \text{ كما يلي : } (u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي :}$$

(1) ليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x + 1$ و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ (المنصف الأول)

(أ) عين إحداثي نقطة تقاطع (Δ) و (D) ثم أرسم في معلم متعامد ومتجانس المستقيمين (Δ) و (D)

(ب) مثل على المستقيم (D) الحدود : u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 دون حسابها.

(ج) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : \frac{u_n}{2} \geq 1$

(3) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة ، هل هي متقاربة ؟ برر.

(4) نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = e^{2n+1}$ و $w_n = \ln v_n$

(أ) برهن أن (v_n) هندسية معيناً أساسها ثم احسب حدها الأول.

(ب) برهن أن (w_n) حسابية معيناً أساسها ثم احسب حدها الأول.

(5) أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n = v_n + v_{n+1} + \dots + v_{n+2019}$ و $T_n = w_n + w_{n+1} + \dots + w_{n+2019}$

(6) ليكن الجداء : $P_n = v_n \times v_{n+1} \times \dots \times v_{n+2019}$

- أكتب P_n بدلالة T_n ثم استنتج بدلالة n

التمرين الثاني:

قطعة نقدية غير متوازنة احتمال ظهور الوجه F يساوي $\frac{3}{5}$ ، وصندوق يحتوي على سبع كرات لانفرق بينها باللمس

أربعة منها بيضاء و الباقي سوداء

نرمي القطعة النقدية ، إذا ظهر الظهر P نسحب من الصندوق كرتين على التوالي مع الإرجاع ، و إذا ظهر الوجه F

نسحب من الصندوق كرتين على التوالي دون إرجاع .

(1) أحسب احتمال الحدثين : A ((الحصول على كرتين من نفس اللون)) و D ((سحب كرتين بالإرجاع))

(2) علماً أن الكرتين المسحوبتين مختلفتي اللون ، أحسب احتمال : أن تكونا مسحوبتين بالإرجاع.

(3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

(أ) أعط قانون احتمال X.

(ب) أحسب أمل قانون احتمال X .

التمرين الثالث:

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O ; I ; J)$

(1) من أجل كل عدد مركب z نضع : $P(z) = z^3 - 4z^2 + 8z - 8$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - 2)(z^2 - 2z + 4)$

ب- حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة : $P(z) = 0$

(2) نسمي : A ، B و C النقط ذات اللواحق $Z_A = 2$ ، $Z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $Z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

أ- عين الطويلة و عمدة لكل من الاعداد المركبة : Z_A ، Z_B ، Z_C

ب- استنتج مركز و نصف القطر للدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

ت- استنتج قياسا لكل من الزاويتين الموجهتين $(\vec{OI}; \vec{AB})$ و $(\vec{OI}; \vec{CB})$

(3) لتكن النقطة D ذات اللاحقة $Z_D = Z_A + Z_B$

- بين أن النقطة A هي منتصف قطعة المستقيم $[C]$ و استنتج طبيعة مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z

المعرفة بالعلاقة : $Z = 2 + \left| \frac{Z_D - Z_C}{2} \right| e^{iq}$ لما يتغير العدد q في المجال $]0; 2\pi]$

(4) أكتب Z_D على الشكل الاسي ثم استنتج الشكل الجبري للعدد $(Z_D)^{2020}$.

(5) أكتب العدد $\frac{Z_D}{Z_C}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث OCD .