

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الشعبة: علوم تجريبية
دورة: ماي 2024

مديرية التربية لولاية البويرة
ثانوية المجاهد: أم موسى بوجمعة

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول (5, 04 ن):

من أجل تحضير امتحان استدراكي لمادة الرياضيات في ثانوية أم موسى بوجمعة أرادت مديرة الثانوية اختيار لجنة تضم

3 أعضاء من هيئة التدريس التي تتكون من 3 أستاذات و 4 أساتذة، أستاذتان وأستاذ من ثانوية أم موسى و أستاذة و 3 أساتذة من ثانوية قطاف.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية: A : "توجد أستاذة واحدة في اللجنة". B : "توجد على الأقل أستاذة في اللجنة".

C "أعضاء اللجنة كلهم من ثانوية قطاف". D "اللجنة تضم أستاذتان من أم موسى وأستاذة من قطاف"

2. توجد في هيئة التدريس الأستاذة العارفي والأستاذة بن يوسف، ولتكن:

الحدث E "إما الأستاذة العارفي وإما الأستاذة بن يوسف في اللجنة". والحدث F "أن لا تكون الأستاذة العارفي في اللجنة"

أ. بين أن $P(E) = \frac{4}{7}$ ، ثم أحسب $P(F)$.

ب. أحسب احتمال أن لا تكون الأستاذة بن يوسف في اللجنة علما أن الأستاذة العارفي ليست من ضمنها.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة مختارة عدد الأستاذات اللواتي لم يشاركن فيها.

عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني (04 ن):

(U_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $U_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 3 - \frac{2}{U_n}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2 < U_n \leq 3$

2. بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

3. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \ln\left(\frac{U_{n-1}}{U_{n-2}}\right)$

أ. بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 2$ يطلب تعيين حددها الأول.

ب. أكتب V_n بدلالة n ، ثم بين أن $U_n = \frac{2^{n+2}-1}{2^{n+1}-1}$.

ج. أحسب نهاية المتتالية (U_n) .

4. أ. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

ب. بين أن $\left(\frac{U_0-1}{U_0-2}\right) \times \left(\frac{U_1-1}{U_1-2}\right) \times \left(\frac{U_2-1}{U_2-2}\right) \times \dots \times \left(\frac{U_n-1}{U_n-2}\right) = 2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}$ التمرين الثالث (04 ن):

1. نعتبر العدد المركب $z = 1 + i$ و n عدد طبيعي، يكون z^n حقيقيا سالبا إذا كان:
 - أ. $n = 8k + 4$ ($k \in \mathbb{N}$)
 - ب. $n = 4k + 8$ ($k \in \mathbb{N}$)
 - ج. $n = 8k$ ($k \in \mathbb{N}$)
2. إذا كان الأمل الرياضي لمتغير عشوائي X يساوي 2 ($E(X) = 2$) فإن $E(2024X + 1445)$ يساوي:
 - أ. 4048
 - ب. 5493
 - ج. 2890
3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' = 2y + 5$ والذي يحقق $y(\ln 2) = 1$ هو:
 - أ. $y(x) = e^{x \ln 2} - \frac{5}{2}$
 - ب. $y(x) = 7e^{2x} - \frac{5}{2}$
 - ج. $y(x) = \frac{7}{8}e^{2x} - \frac{5}{2}$
4. A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب: $z_A = 1 + 2i$ ، $z_B = 1 - 2i$ و $z_C = i$. لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع هي:
 - أ. $z_D = 5i$
 - ب. $z_D = 1 - i\sqrt{3}$
 - ج. $z_D = 1 + i$

التمرين الرابع (07, 5 ن):

- أولا: g دالة معرفة على المجال $]-\infty, 1[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2x - 1 + \ln(1 - x)$
1. أحسب نهايتي الدالة g عند طرفي مجموعة تعريفها.
 2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,32 < \alpha < -0,31$.
 4. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty, 1[$.
- ثانيا: f دالة معرفة على المجال $]-\infty, 1[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2 - \ln(1-x)}{1-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الثانية بيانيا.
 2. تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty, 1[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{(1-x)^2}$.
 3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين وحيدين β و γ حيث $0,5 < \beta < 0,6$ و $-3,2 < \gamma < -3$.
 5. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
 6. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
 7. أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ) .
 8. أرسم (T) ، (Δ) و (C_f) .
 9. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(x+1)^2 = \ln(1-x) + 3 - mx + m$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 ن):

يحتوي صندوق على 5 كرات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس منها 2 كريات خضراء و 3 كريات حمراء.
1. نسحب عشوائيا في آن واحد كرتين من الصندوق ونرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ. تحقق أن $P(X = 0) = \frac{3}{10}$ ، ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ، وأحسب أمله الرياضي $E(X)$.
ب. أحسب احتمال الحادثة A "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون"

2. نسحب الآن كرتين من الصندوق على التوالي بالطريقة التالية: إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نعيدها إلى الصندوق أما إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء لا نعيدها إلى الصندوق. نرمز للكرة الخضراء بالرمز V وإلى الكرة الحمراء بالرمز R .

أ. أنفل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.

ب. أحسب احتمال الحادثتين: B "الكرة المسحوبة الأولى خضراء"

C "إحدى الكرتين المسحوبتين خضراء"

ج. بين أن احتمال أن يبقى في الصندوق كرتين خضراوين هو $\frac{9}{25}$.

التمرين الثاني (04, 5 ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1, +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. و (Δ) المستقيم ذي المعادلة $y = x$ كما هو موضح في الشكل المقابل.

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحددها الأول $U_0 = \frac{5}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.

1. أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل

محور الفواصل الحدود U_0, U_1, U_2 و U_3 دون حسابها.

ب. ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

2. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 2$

ب. أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة بحددها العام من أجل كل

عدد طبيعي $V_n = e^{\frac{1}{2} + 2n}$.

أ. بين أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول.

4. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

التمرين الثالث (04 ن):

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 2z + 5 = 0$

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B, C و D التي لواحقتها

على الترتيب $z_A = 3 + 2i, z_B = -3, z_C = -(1 + 6i)$ و $z_D = 1 - 2i$.

أ. أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $z = \frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$.

ب. أكتب العدد المركب z على الشكل الأسّي، ثم استنتج طبيعة المثلث DAB .

3. أ. لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A, 1), (B, -1), (C, 1)\}$.

ب. أحسب z_G لاحقة النقطة G .

ج. عين طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي حيث:

$$\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 4\sqrt{5}$$

التمرين الرابع (07, 5 ن):

II. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2x + 1)e^{-x} + 1$.

1. أحسب نهايتي الدالة g .

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث: $\alpha \in]-0,74; -0,73[$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (-2x - 3)e^{-x} + x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2. بين أن من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{2}{2\alpha + 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

5. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم المقارب (Δ) .

6. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين إحداثيتها، ثم أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند I .

7. أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

8. بين أن الدالة $H: x \rightarrow (2x + 5)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h: x \rightarrow (-2x - 3)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

9. أحسب بـ c^2 المساحة $A(\alpha)$ للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات المعرفة بالمعادلات

$$x = 2 \text{ و } x = \alpha, y = x$$