

التمرين الأول:

أ. f و g دالتين معرفتين على $[-4; +\infty[$ بـ $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$; $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2}$ على الترتيب

1. بين أن الدالتين f و g متساويتين .
 2. أكتب الدالة f على مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما .
 3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-4; +\infty[$
 4. اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاقا من تمثيل دالة $x \mapsto \sqrt{x}$ ثم أنشئه .
 5. h دالة عددية معرفة على $[-4; +\infty[$ بـ $h(x) = |f(x)|$.
- اشرح كيف يمكن رسم (C_h) منحنى الدالة h ثم ارسمه في نفس المعلم السابق .

II. f دالة معرفة على المجال $[-3; 4]$ ، و جدول تغيراتها كالآتي

x	-3	-1	0	1	4
$f(x)$			1		
	-2	0		0	3

g دالة معرفة بـ : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

1. عين مجموعة تعريف الدالة g
2. شكل جدول تغيرات الدالة g .

التمرين الثاني:

I/ نعتبر كثير الحدود $p(x)$ للمتغير الحقيقي x حيث : $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ ،

1. احسب $p(1)$ ماذا تستنتج ؟
2. بين انه يمكن كتابة $p(x)$ على الشكل $p(x) = (x-1)Q(x)$ حيث $Q(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية يطلب تعيينه .
3. حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : $p(x) = 0$.

4. استنتج حلول المتراجحة $\frac{p(x)}{x+1} > 0$

5. استنتج حلول المعادلة $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} = \frac{5}{x} - 6$

1. f و g دالتين معرفتين على $[-4; +\infty[$ بـ $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$; $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2}$ على الترتيب

1. اثبات أن الدالتين f و g متساويتين.

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{(\sqrt{x+4} + 2)(\sqrt{x+4} - 2)} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{(\sqrt{x+4})^2 - 4} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{x} = \sqrt{x+4} - 2 = f(x) \text{ و } D_f = D_g$$

أي $g(x) = f(x)$ فإن f و g متساويتين

2. كتابة الدالة f على مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما.

$$\begin{aligned} x &\mapsto x+4 \stackrel{u}{\mapsto} \sqrt{x+4} - 2 \\ \begin{cases} u(x) = x+4 \\ v(x) = \sqrt{x} - 2 \end{cases} &\text{ ومن ذلنا } f(x) = v(x) \circ u(x) \text{ لدينا } [-4; +\infty[\text{ من أجل كل } x \end{aligned}$$

3. استنتاج اتجاه تغي الدالة f على المجال $[-4; +\infty[$

لدينا $x \in [-4; +\infty[$ أي $x \geq -4$ ومنه $x+4 \geq 0$ أي $u(x) \in [0; +\infty[$

u متزايدة تماما على $[-4; +\infty[$ (دالة تألفية معامل توجيهها موجب)

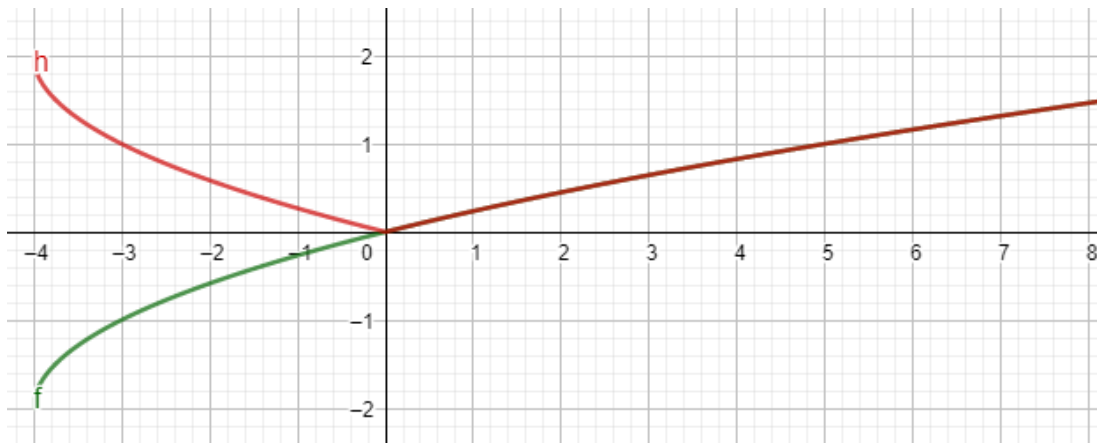
و v متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ فإن الدالة $f = v \circ u$ متزايدة تماما على $[-4; +\infty[$

4. (C_f) انسحاب تمثيل دالة $x \mapsto \sqrt{x}$ بشعاع $\left(-\frac{4}{2}\right)$

5. h دالة عددية معرفة على $[-4; +\infty[$ بـ $h(x) = |f(x)|$

$$h(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & ; f(x) > 0 \\ -f(x) & ; f(x) \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} f(x) & ; x \in]0; +\infty[\\ -f(x) & ; x \in [-4; 0] \end{cases}$$

لما $x \in]0; +\infty[$ فإن (C_h) ينطبق على (C_f) و لما $x \in [-4; 0]$ فإن (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل



II. f دالة معرفة على المجال $[-3; 4]$ ، و جدول تغيراتها كالاتي

x	-3	-1	0	1	4
$f(x)$					

$$g \text{ دالة معرفة بـ: } g(x) = \frac{1}{f(x)}$$

1. مجموعة تعريف الدالة g

$$\text{الدالة } \frac{1}{f} \text{ معرفة لما } f(x) \neq 0 \text{ إذن } x \in [-3; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; 4]$$

2. جدول تغيرات الدالة g .

$$x \xrightarrow{u} f(x) \xrightarrow{v} \frac{1}{f(x)}$$

$$\begin{cases} u(x) = f(x) \\ v(x) = \frac{1}{x} \end{cases}^4$$

الدالة f متزايدة تماما على $[-3; -1[$ حيث من أجل كل $x \in [-3; -1[$ فإن $f(x) \in [-2; 0[$ والدالة v متناقصة تماما على $[-2; 0[$ ومنه g متناقصة تماما على $[-3; -1[$

الدالة f متزايدة تماما على $]-1; 0]$ حيث من أجل كل $x \in]-1; 0]$ فإن $f(x) \in]0; 1]$ والدالة v متناقصة تماما على $]0; 1]$ ومنه g متناقصة تماما على $]-1; 0]$

الدالة f متناقصة تماما على $[0; 1[$ حيث من أجل كل $x \in [0; 1[$ فإن $f(x) \in]0; 1]$ والدالة v متناقصة تماما على $]0; 1]$ ومنه g متزايدة تماما على $[0; 1[$

الدالة f متناقصة تماما على $]1; 4]$ حيث من أجل كل $x \in]1; 4]$ فإن $f(x) \in [-3; 0[$ والدالة v متناقصة تماما على $[-3; 0[$ ومنه g متزايدة تماما على $]1; 4]$

x	-3	-1	0	1	4
$g(x)$	$-\frac{1}{2}$		1		$-\frac{1}{3}$

التمرين الثاني:

1/ نعتبر كثير الحدود $p(x)$ للمتغير الحقيقي x حيث : $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ ،

(1) حساب $p(1)$

$$p(1) = 0 \text{ ومنه } 1 \text{ جذر لـ } p(x)$$

(2) تعيين الأعداد a, b, c حيث $p(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$

ومنه بالمطابقة $p(x) = ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$ نجد

$$p(x) = (x-1)(x^2 - x - 6) \text{ ومنه } \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} a=1 \\ b-a=-2 \\ c-b=-5 \\ -c=6 \end{cases}$$

(3) حل المعادلة $p(x) = 0$

لدينا $p(x) = 0$ تكافئ $(x-1)(x^2 - x - 6) = 0$ أي $x=1$ أو (1)..... $x^2 - x - 6 = 0$ لحل (1) المعادلة نحسب المميز Δ :

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ ومنه المعادلة (1) حلان مختلفان هما $x_1 = \frac{1+\sqrt{25}}{2} = 3$ و $x_1 = \frac{1-\sqrt{25}}{2} = -2$ ومنه مجموعة حلول

المعادلة $p(x) = 0$ هي $\{-2; 1; 3\}$

(4) حلول المتراجحة $\frac{p(x)}{x+1} > 0$

x	$-\infty$	-2	-1	1	3	$+\infty$
$x-1$		-	-	-	+	+
$Q(x)$	+	-	-	-	-	+
$p(x)$	-	+	+	-	+	+
$x+1$	-	-	+	+	+	+
$\frac{p(x)}{x+1}$	+	-		+	-	+

$\frac{p(x)}{x+1} > 0$ معناه $\frac{p(x)}{x+1}$ موجبة ومنه $]-\infty; -2[\cup]-1; 1[\cup]3; +\infty[$

(5) استنتاج حلول المعادلة $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x} + 6 = 0$ ومنه $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} = \frac{5}{x} - 6$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = X \\ X^3 - 3X^2 - 6X + 8 = 0 \end{cases} \quad \text{تكافئ} \quad \frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x} + 6 = 0$$

$$X = -2 \text{ أي } \frac{1}{x} = -2 \text{ ومنه } x = -\frac{1}{2}$$

$$X = 1 \text{ أي } \frac{1}{x} = 1 \text{ ومنه } x = 1$$

$$X = 3 \text{ أي } \frac{1}{x} = 3 \text{ ومنه } x = \frac{1}{3}$$