



فرض الفصل الأول

الأستاذ: قويسم الخليل



قسم: ثلاثة علوم تجريبية



المدة: 70 دقيقة



يوم: 10 نوفمبر 2025



على المترشح اختيار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول

02.50 ن

التمرين الأول

في كل حالة من الحالتين الآتيتين، افترحت ثلاث إجابات، إجابة واحدة فقط منها صحيحة، حددها مع التعليل

1 الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $2y' - y - 1 = 0$ الذي يحقق الشرط $f(\ln 4) = 1$ هو:

[01.25]

أ. $f(x) = e^{\frac{1}{2}x} - 1$ ب. $f(x) = e^{\frac{1}{2}x} + 1$ ج. $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x} - 1$

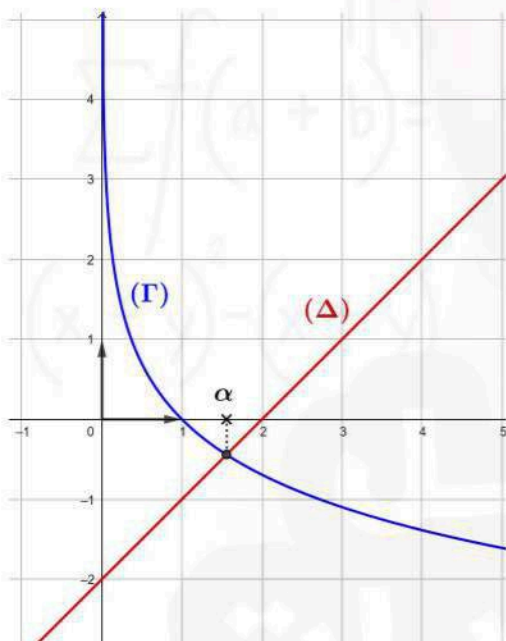
2 حلول المعادلة $2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي:

[01.25]

أ. $S = \{0; \frac{1}{2}\}$ ب. $S = \{0\}$ ج. $S = \{-\ln 2; 0\}$

07.50 ن

التمرين الثاني

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (Gamma) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto -\ln x$ و (Delta) المستقيم ذوالمعادلة $y = x - 2$ هي فاصلة نقطة تقاطع (Gamma) و (Delta)1 بقراءة بيانية حدد وضعية (Gamma) بالنسبة (Delta) على $]0; +\infty[$

[00.75]

2 الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = 2 - x - \ln x$$

أ- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

[00.50]

ب- تحقق أن: $1.5 < \alpha < 1.6$

[00.50]

(II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(1 - \ln x)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق1 احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

[00.75]

2 أ- أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

[00.50]

ب- استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

[00.75]

3 اكتب معادلة المماس (T) في النقطة $\Omega(1; 0)$

[00.50]

4 بيّن أن: $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

[01.00]

5 أ- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل

[00.75]

ب- عيّن قيمة تقريبية لـ $f(9)$ ثم ارسم (T) و (C_f)

[01.00]

ج- عيّن قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة $f(x) = x - m$ تقبل حلين مختلفين

[00.50]

الموضوع الثاني

التمرين الأول 02.50 ن

أجب بصحيح أو خطأ مع التبسيط في كل حالة مما يلي:

1 [01.25] حلول المعادلة $\ln^2 x - \ln x^2 = 0$ ذات المتغير الحقيقي x هي: $S = \{1; e\}$

2 [01.25] حل المعادلة التفاضلية $y' + y \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{1}{4}\right)$ الذي يحقق $f(2) = 6$ هو الدالة f حيث: $f(x) = 2^x - 2$

التمرين الثاني 07.50 ن

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + x + 1$

1 [00.75] ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2 [00.50] أ- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.28; -1.27[$

ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ [00.50]

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+2)(1-e^{-x})$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 [00.50] احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2 [00.50] أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)e^{-x}$

ب- استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها [00.75]

ج- عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا [00.50]

3 [00.50] نقبل أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

أ- ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) [00.50]

ب- أثبت أنه يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ) [00.25]

ج- تحقق أن معادلة (T) هي: $y_{(T)} = x - e + 2$ [00.25]

4 [01.00] بيّن أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$

5 [01.00] أ- ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)

ب- عيّن قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ تقبل حلين مختلفين [00.50]

- يُقال إن الإنسان لا يكون فيلسوفا إلا بدراسة فروع الرياضيات، كالحساب والهندسة والفلك -



مشاهدة الحل امسح رمز الاستجابة السريعة

تصحيح مقترح لفرض الفصل الأول

الاستاذ: قويسم الخليل



قسم: ثالثة علوم تجريبية



الموضوع الأول

التمرين الأول 02.50 ن

① الإجابة الصحيحة هي: أ- $f(x) = e^{\frac{1}{2}x} - 1$ لدينا: $2y' - y - 1 = 0$ ومنه: $2y' = y + 1$ ومنه: $y' = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$ ومنه: $f(x) = ce^{\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}$ ومنه: $f(x) = ce^{\frac{1}{2}x} - 1$ ولدينا: $f(\ln 4) = 1$ ومنه: $ce^{\frac{1}{2}\ln 4} - 1 = 1$ ومنه: $ce^{\ln \sqrt{4}} = 2$ ومنه: $2c = 2$ ومنه: $c = 1$ وعليه: $f(x) = e^{\frac{1}{2}x} - 1$ ② الإجابة الصحيحة هي: ج- $\{-\ln 2; 0\}$ نضع: $2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0 \dots (E)$ لدينا: (E) تكافئ: $2(e^x)^2 - 3e^x + 1 = 0$ نضع: $t = e^x$ نجد: $2t^2 - 3t + 1 = 0$ ومنه: $2(t-1)\left(t-\frac{1}{2}\right) = 0$ ومنه: $(t-1)(2t-1) = 0$ وعليه: (E) تكافئ: $(e^x - 1)(2e^x - 1) = 0$ وتكافئ: $\begin{cases} e^x - 1 = 0 \\ \text{أو} \\ 2e^x - 1 = 0 \end{cases}$ وتكافئ: $\begin{cases} e^x = 1 \\ \text{أو} \\ e^x = \frac{1}{2} \end{cases}$ وتكافئ: $\begin{cases} x = 0 \\ \text{أو} \\ x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 0 \\ \text{أو} \\ x = -\ln 2 \end{cases} \quad \text{وتكافئ:} \\ S(E) = \{-\ln 2; 0\} \quad \text{إذن:}$$

التمرين الثاني 07.50 ن

(I)

① تحديد وضعية (Γ) بالنسبة (Δ) :• (Γ) فوق (Δ) لما $x \in]0; \alpha[$ • (Γ) يقطع (Δ) لما $x = \alpha$ • (Γ) تحت (Δ) لما $x \in]\alpha; +\infty[$ ② أ- استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:

$$\begin{aligned} g(x) &= 2 - x - \ln x \\ &= -\ln x - (x - 2) \\ &= y_{(\Gamma)} - y_{(\Delta)} \end{aligned}$$

ومنه إشارة $g(x)$ كالآتي:

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

ب- التحقق أن $1.5 < \alpha < 1.6$

$$\begin{cases} g(1.5) \approx 0.09 > 0 \\ g(1.6) \approx -0.07 < 0 \end{cases} \quad \text{لدينا:}$$

إذن: $1.5 < \alpha < 1.6$

(II)

① حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\underbrace{\left(1 - \frac{1}{x}\right)}_{-\infty} \underbrace{(1 - \ln x)}_{+\infty} \right] \\ &= -\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty \quad \text{لأن:}$$

ومنه (C_f) يقبل مستقيم مقارب (عمودي) معادلته $x = 0$

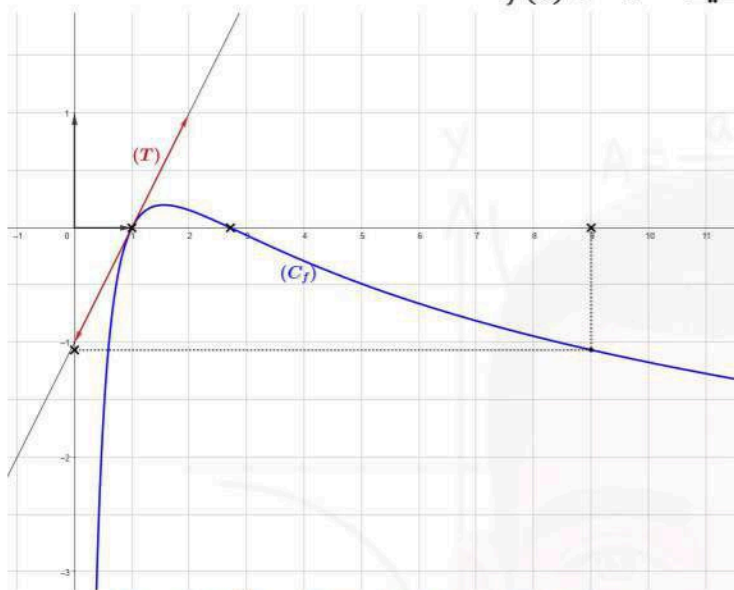
$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\underbrace{\left(1 - \frac{1}{x}\right)}_1 \underbrace{(1 - \ln x)}_{-\infty} \right] \\ &= -\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \quad \text{لأن:}$$

② أ- اثبات أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{x^2} (\ln x - 2) + \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{x}\right) \\ &= \frac{\ln x - 2 + x - 1}{x^2} \\ &= \frac{g(x)}{x^2} \end{aligned}$$

- (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و e
- (C_f) فوق حامل محور الفواصل لما $x \in]1; e[$
- (C_f) فوق حامل محور الفواصل لما $x \in]0; 1[\cup]e; +\infty[$
- ب- حساب $f(9)$ ثم رسم (T) و (C_f) :
لدينا: $f(9) \approx -1$



ج- تعيين قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة

$$f(x) = x - m \text{ تقبل حلين مختلفين:}$$

حلل المعادلة $f(x) = x - m$ هي فواصل تقاطع (C_f) مع

$$y_m = x - m \text{ المستقيمات ذات المعادلة}$$

$$-m < -1 \quad \bullet \quad \text{لما}$$

$$m > 1 \quad \text{أي لما:}$$

المعادلة (E) تقبل حلين مختلفين

ب- استنتاج تغيرات الدالة f :

$$\text{لدينا: } x^2 > 0$$

ومنه: إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		+	-

إذن: f متزايدة تماماً على $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $]0; \alpha[$

• جدول تغيرات الدالة f :

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$

$$\textcircled{3} \text{ تبين أن: } f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$$

$$\text{لدينا: } g(\alpha) = 0$$

$$\text{معناه: } 2 - \alpha - \ln \alpha = 0$$

$$\text{ومنه: } \ln \alpha = 2 - \alpha$$

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)(1 - \ln \alpha) \\ &= \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)(1 - 2 + \alpha) \\ &= \frac{(\alpha-1)(\alpha-1)}{\alpha} \\ &= \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha} \end{aligned}$$

$\textcircled{4}$ استنتاج حصر العدد $f(\alpha)$:

$$\text{لدينا: } 1.5 < \alpha < 1.6$$

$$\text{ومنه: } 0.5 < \alpha - 1 < 0.6$$

$$\text{ومنه: } (0.5)^2 < (\alpha-1)^2 < (0.6)^2 \dots (*)$$

$$\text{ولدينا: } 2.2 < \alpha < 2.3$$

$$\text{ومنه: } \frac{1}{1.6} < \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{1.5} \dots (**)$$

بضرب (*) في (**): نجد:

$$\frac{(0.5)^2}{1.6} < \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha} < \frac{(0.6)^2}{1.5}$$

$$0.15 < f(\alpha) < 0.24 \quad \text{أي:}$$

$\textcircled{5}$ أ- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل:

$$\text{لدينا: } f(x) = 0$$

$$\text{معناه: } \left(1 - \frac{1}{x}\right)(1 - \ln x) = 0$$

$$\text{ومنه: } 1 - \ln x = 0 \text{ أو } 1 - \frac{1}{x} = 0$$

$$\text{ومنه: } \ln x = 1 \text{ أو } \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{ومنه: } x = e \text{ أو } x = 1$$

وعليه:

x	0	1	e	$+\infty$
$f(x)$		-	0	+

الموضوع الثاني

التمرين الأول 02.50 ن

خطأ: 1

لدينا: $\ln^2 x - \ln x^2 = 0$
 تكافئ: $(\ln x)^2 - 2 \ln x = 0$
 ومنه: $\ln x (\ln x - 2) = 0$
 ومنه: $\begin{cases} \ln x = 0 \\ \text{أو} \\ \ln x - 2 = 0 \end{cases}$
 ومنه: $\begin{cases} x = 0 \\ \text{أو} \\ \ln x = 2 \end{cases}$
 ومنه: $\begin{cases} x = 1 \\ \text{أو} \\ x = e^2 \end{cases}$
 إذن: $S = \{1; e^2\}$

خطأ: 2

لدينا: $y' + y \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{1}{4}\right)$
 تكافئ: $y' = -y \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln\left(\frac{1}{4}\right)$
 ومنه: $y' = y \ln(2) - \ln(4)$
 ومنه: $y = ce^{x \ln 2} - \frac{-\ln 4}{\ln 2}$
 ومنه: $y = ce^{\ln 2^x} + \frac{2 \ln 2}{\ln 2}$
 ومنه: $y = c2^x + 2$
 ولدينا: $f(2) = 6$
 تكافئ: $c2^2 + 2 = 6$
 ومنه: $4c = 4$
 ومنه: $c = 1$
 إذن: $f(x) = 2^x - 2$

التمرين الثاني 07.50 ن

(I)

1 دراسة تغيرات الدالة g :

• نهايات الدالة g :

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + x + 1) = +\infty$
 لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$
 • $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x + x + 1) = -\infty$
 لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
 • تعيين إشارة $g'(x)$:

$g'(x) = e^x + 1 > 0$

بما أن: $g'(x) > 0$

فإن: الدالة g متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$

• جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

2 أ- تبين أن $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α

• لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على $\mathbb{R}$ وبالأخص $]-1.28; -1.27[$

• ولدينا: $\begin{cases} g(-1.28) \approx -0.001 < 0 \\ g(-1.27) = 0.01 > 0 \end{cases}$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيداً α في المجال $]-1.28; -1.27[$

ب- استنتاج إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

1 حساب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$:

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(x+2)(1-e^{-x})]$
 $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\underbrace{(x+2)}_{-\infty} \underbrace{\left(1 - \frac{1}{e^x}\right)}_{-\infty} \right] = +\infty$
 لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\underbrace{(x+2)}_{+\infty} \underbrace{(1-e^{-x})}_1 \right]$
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\underbrace{(x+2)}_{+\infty} \underbrace{\left(1 - \frac{1}{e^x}\right)}_1 \right] = +\infty$
 لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

2 أ- تبين أن: $f'(x) = g(x)e^{-x}$

$f'(x) = 1 - e^{-x} - (-e^{-x})(x+2)$
 $= 1 - e^{-x} + xe^{-x} + 2e^{-x}$
 $= 1 + e^{-x} + xe^{-x}$
 $= (e^x + 1 + x)e^{-x}$
 $= g(x)e^{-x}$

ب- استنتاج اتجاه تغيرات الدالة f :

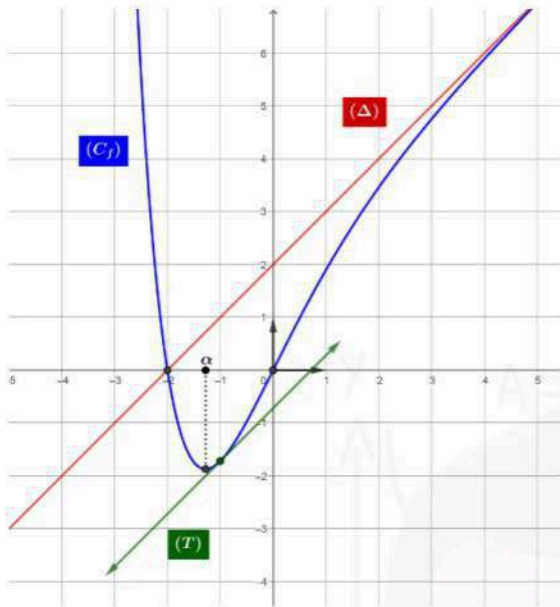
لدينا: $e^{-x} > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

• جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

ج- تعيين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$:

$\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right) = f'(\alpha) = g(\alpha)e^{-\alpha} = 0$

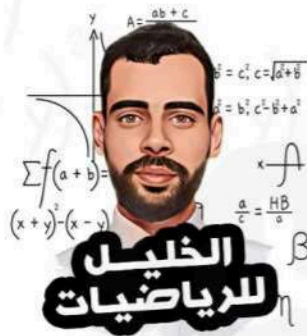


6 المناقشة البيانية:

حلل المعادلة $f(x) = x + m$: (E) هي فواصل تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = x + m$

• لما $2 - e < m < 2$ (E) تقبل حلين مختلفين

(الإنسان الذي لم يخطئ لم يجرب شيئاً جديداً)



لأن: $g(\alpha) = 0$

• التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة α معادلته $y = f(\alpha)$

3 أ- دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) :

لدينا: $f(x) - y_{(\Delta)} = 0$

تكافئ: $-e^{-x}(x+2) = 0$

ومنه: $-(x+2) = 0$ لأن $e^{-x} > 0$

ومنه: $x = -2$ وعليه:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	+	0	-

(C_f) فوق (Δ) لما: $x < -2$

(C_f) تحت (Δ) لما: $x > -2$

(C_f) يقطع (Δ) في: $A(-2; 0)$

ب- اثبات أنه يوجد مماس (C_f) يوازي (Δ) :

ليكن $a \in \mathbb{R}$ بحيث: $f'(a) = 1$

ومنه: $e^{-a}(e^a + a + 1) = 1$

ومنه: $e^a + a + 1 = e^a$

ومنه: $a + 1 = 0$

ومنه: $a = -1$

اذن يوجد مماس (T) وحيد لـ (C_f) يوازي (Δ) عند الفاصلة -1

ج- التحقق أن $y_{(T)} = x + 2 - e$

$$y_{(T)} = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$$

$$= x + 1 + 1 - e$$

$$= x + 2 - e$$

4 تبين أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$

لدينا: $g(\alpha) = 0$ ، ومنه: $e^\alpha + \alpha + 1 = 0$

ومنه: $e^\alpha = -(\alpha + 1)$ ، ولدينا:

$$f(\alpha) = (\alpha + 2)(1 - e^{-\alpha})$$

$$= (\alpha + 2)\left(1 - \frac{1}{e^\alpha}\right)$$

$$= (\alpha + 2)\left(1 - \frac{1}{-(\alpha + 1)}\right)$$

$$= (\alpha + 2)\left(\frac{\alpha + 2}{\alpha + 1}\right) = \frac{(\alpha + 2)^2}{\alpha + 1}$$

• حصر $f(\alpha)$:

لدينا: $-1.28 < \alpha < -1.27$

ولدينا: $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$

ومنه: $-1.97 < f(\alpha) < -1.85$

5 رسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)