

ملاحظة هامة!!! تؤخذ بعين الاعتبار الإجابات المُنهجية فقط

← التمرين الأول (05 نقاط)

(I) ليكن كثير الحدود Q حيث: $Q(x) = x^2 - 8x + 7$

1 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x) = 0$ [01.25 ن]

2 استنتج حسب قيم x إشارة $Q(x)$ على $\mathbb{R}$ [01.00 ن]

(II) ليكن ثلاثي الحدود $P_\alpha(x) = (\alpha^2 + 1)x^2 + 2(\alpha - 2)x + \frac{1}{2}$ ، حيث α وسيط حقيقي

1 تأكد أن مميز ثلاثي الحدود $P_\alpha(x)$ هو $\Delta_{P_\alpha} = 2Q(\alpha)$ [01.50 ن]

2 من أجل $\alpha \in]1; 7[$ ، استنتج حسب قيم x إشارة $P_\alpha(x)$ على $\mathbb{R}$ [01.25 ن]

← التمرين الثاني (10 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x + 4$

1 احسب $g(-1)$ ، ثم استنتج تحليلا لـ $g(x)$ على $\mathbb{R}$ [01.50 ن]

2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$ ثم شكل جدول إشارة $g(x)$ [01.00 ن]

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2-x^3}{1+x^2}$ ، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 أ- بين أنه من أجل كل عدد x حقيقي: $f'(x) = \frac{-xg(x)}{(1+x^2)^2}$ [01.00 ن]

ب- استنتج تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها [01.00 ن]

ج- عين دون حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(h) - 2}{h} \right)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا [00.75 ن]

2 ليكن $\omega \in [-2; -1]$ ، جد حصر العدد Ω حيث: $\Omega = \sqrt{\frac{2-\omega^3}{1+\omega^2}}$ [00.50 ن]

3 ارسم (C_f) على المجال $[-3; 3]$ [01.00 ن]

4 m وسيط حقيقي حيث $m \in \left[-\frac{5}{2}; \frac{29}{10}\right]$ ، ناقش بيانها حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة [01.25 ن]

$$f(x) = m$$

III) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ: $h(x) = f(-|x|)$

1 ادرس شفعية الدالة h

[00.50 ن]

2 وضح كيف يمكن إنشاء (C_h) الممثل للدالة h انطلاقاً من (C_f) ، ثم أنشئه

[01.00 ن]

← التمرين الثالث 05 نقاط

(C) التمثيل البياني للدالة f' مشتقة الدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث (C) يقطع حامل محور الترتيب في النقطة $A(0; \frac{9}{2})$. كما هو مبين في الشكل الآتي:

• أجب بصحيح أو خطأ (مع التبرير):

1 $f'(1) = 0$

[01.00 ن]

2 f موجبة تماماً على $]-1; 3[$

[01.00 ن]

3 f متناقصة تماماً على $[1; +\infty[$

[01.00 ن]

4 إذا كان $f(0) = 0$ فإن معادلة

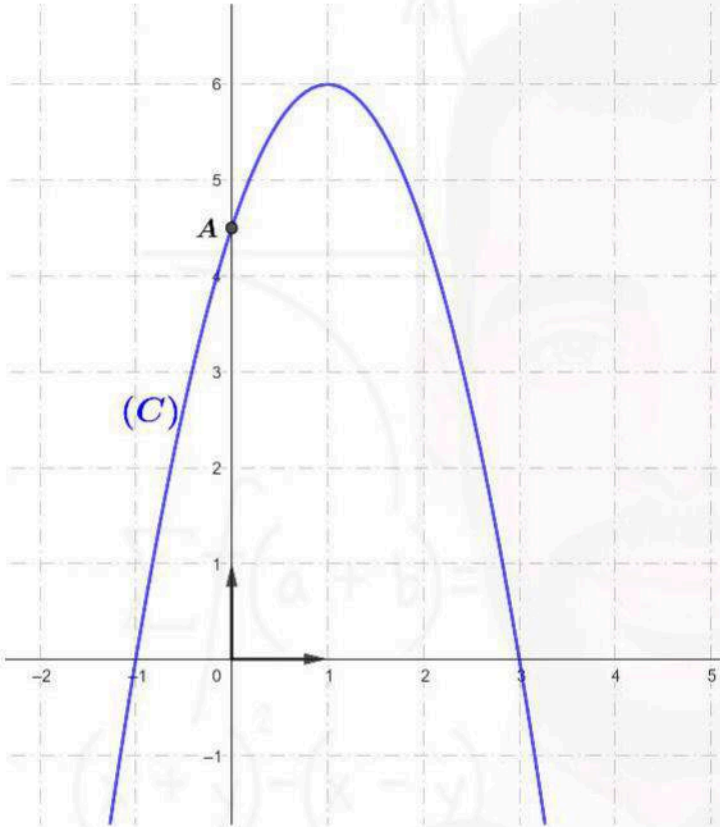
[01.00 ن]

المماس (T) عند النقطة ذات

الفاصلة 0 هي $(T): y = \frac{9}{2}x$

5 f تقبل قيمة حدية عند $x = 1$

[01.00 ن]



حكمة: مهما كان العلم متعباً، فلن يكون أشد إرهاقاً من الجهل
وبدا عزيزي التلميذ بعد نهاية الاختبار امسح رمز الاستجابة السريعة لمشاهدة العمل المفصل



Scan me

3 جدول إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

(II)

1 أ تبين أن: $f'(x) = \frac{-x \cdot g(x)}{(1+x^2)^2}$

لدينا: الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، حيث:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{-3x^2(1+x^2) - 2x(2-x^3)}{(1+x^2)^2} \\ &= \frac{-3x^2 - 3x^4 - 4x + 2x^4}{(1+x^2)^2} \\ &= \frac{-x^4 - 3x^2 - 4x}{(1+x^2)^2} \\ &= \frac{-x(x^3 + 3x + 4)}{(1+x^2)^2} = \frac{-x \cdot g(x)}{(1+x^2)^2} \end{aligned}$$

ب استنتاج تغيرات الدالة f

لدينا: $(1+x^2)^2 > 0$ ، ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $(-x \cdot g(x))$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$-x$	$+$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$

ومنه الدالة f : متزايدة تماما على $]-1; 0[$

متناقصة تماما على $]-\infty; -1[$ و $]0; +\infty[$

• تشكيل جدول تغيرات f

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$				

ج- تعيين دون حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(h)-2}{h} \right)$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(h)-2}{h} \right) &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(0+h)-f(0)}{h} \right) \\ &= f'(0) = 0 \end{aligned}$$

ومنه: (C_f) يقبل مماسا أفقيا معادلته $y = 2$

2 إيجاد حصر للعدد Ω

$$\Omega = \sqrt{\frac{2-\omega^3}{1+\omega^2}} = \sqrt{f(\omega)}$$

ولدينا: الدالة f متناقصة لما $x \in [-2; -1]$

وعليه: $-2 \leq \omega \leq -1$ معناه: $f(-1) \leq f(\omega) \leq f(-2)$

← التمرين الأول (05 نقاط)

(I)

1 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x) = 0$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(1)(7) = 36$$

$$x = \frac{-(-8) - \sqrt{36}}{2(1)} = 1 \text{ أو } x = \frac{-(-8) + \sqrt{36}}{2(1)} = 7$$

$$S_{Q(x)=0} = \{1; 7\}$$

2 استنتاج حسب قيم x إشارة $Q(x)$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	1	7	$+\infty$
$Q(x)$	$+$	0	$-$	$+$

(II)

1 التأكد أن مميز ثلاثي الحدود $P(x)$ هو $\Delta_{P_\alpha} = 2Q(\alpha)$

$$\begin{aligned} \Delta_P &= (2(\alpha-2))^2 - 4(\alpha^2+1) \cdot \frac{1}{2} \\ &= 4(\alpha^2+4-4\alpha) - 2\alpha^2 - 2 \\ &= 2\alpha^2 - 16\alpha + 14 \\ &= 2(\alpha^2 - 8\alpha + 7) \\ &= 2Q(\alpha) \end{aligned}$$

2 من أجل $\alpha \in]1; 7[$ استنتاج إشارة $P_\alpha(x)$ على $\mathbb{R}$

$$\Delta_{P_\alpha} = 2Q(\alpha) < 0 \text{ لدينا: } \alpha \in]1; 7[$$

إذن: $P(x) = 0$ لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$

وعليه إشارة $P_\alpha(x)$ من إشارة (α^2+1)

$$\alpha^2+1 > 0 \text{ لدينا:}$$

$$P_\alpha(x) > 0 \text{ إذن:}$$

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$		$+$

← التمرين الثاني (10 نقاط)

(I)

1 حساب $g(-1)$ واستنتاج تحليل $g(x)$

$$g(-1) = (-1)^3 + 3(-1) + 4 = 0$$

$$g(x) = (x+1)(ax^2+bx+c) \text{ ومنه:}$$

	1	0	3	4
-1	0	-1	1	-4
	1	-1	4	0

$$g(x) = (x+1)(x^2-x+4) \text{ ومنه:}$$

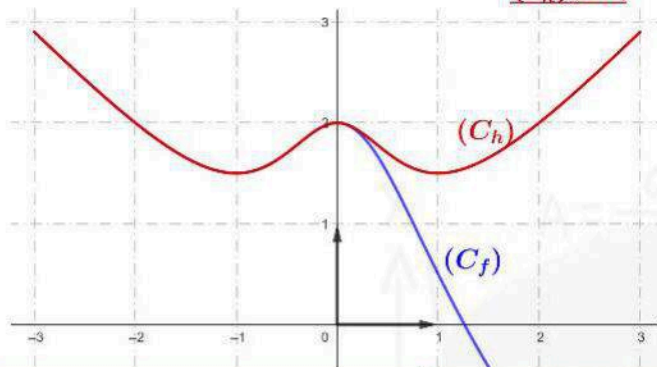
2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$

لدينا: $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في $\mathbb{R}$ لأن f متزايدة تماماً

$$\text{على } \mathbb{R}, \text{ و } g(-2) = 0$$

ومنه (C_h) ينطبق على (C_f) لما $x \leq 0$ ، وبما أن الدالة h زوجية فهي متناظرة بالنسبة لمحور الترتيب

• إنشاء (C_h)



← التمرين الثالث «05 نقاط»

① $f'(1) = 0$

خطأ، لأن: $f'(1) = 6$

② f موجبة تماماً على المجال $]-1; 3[$:

خطأ. f متزايدة تماماً على $]-1; 3[$ وليس موجبة على $]-1; 3[$

③ f متناقصة تماماً على المجال $]1; +\infty[$:

خطأ، لأن:

$x \in [3; +\infty[$ لما $f'(x) \geq 0$ و $x \in [1; 3]$ لما $f'(x) \leq 0$

إذن الدالة f ليست متناقصة تماماً على المجال $]1; +\infty[$

④ إذا كان $f(0) = 0$ فإن معادلة (T) هي $y = \frac{9}{2}x$:

صحيح، لأن:

$(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0) = \frac{9}{2}x + 0 = \frac{9}{2}x$

⑤ f تقبل قيمة حدية عند 1 :

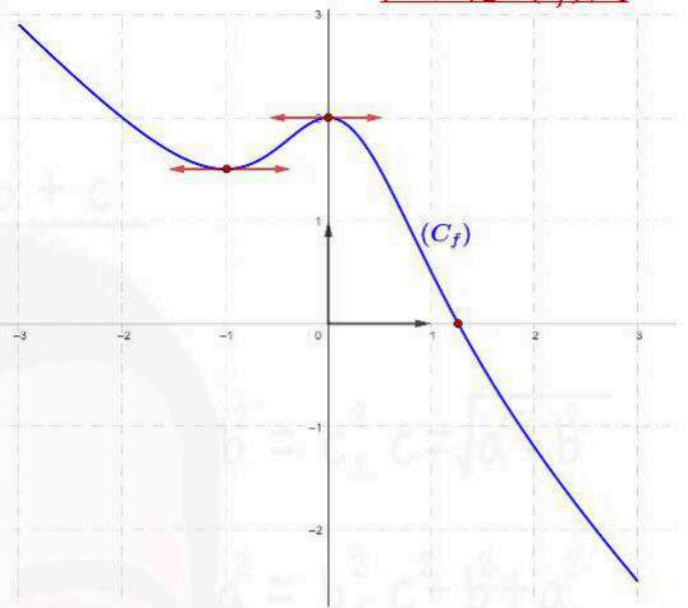
خطأ، لأن: f تقبل قيمة حدية عند 3 و -1 فقط



الخير للرياضيات

أي: $\frac{3}{2} \leq f(\omega) \leq 2$ أي: $\sqrt{\frac{3}{2}} \leq \Omega \leq \sqrt{2}$

③ رسم (C_f) على $[-3; 3]$



④ المناقشة البيانية:

نضع: $f(x) = m \dots (E)$

لدينا: (E) تكافئ: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = m \end{cases}$. ومنه حلول (E) هي فواصل

نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y = m$:

• لما $-\frac{5}{2} < m < \frac{3}{2}$: المعادلة (E) تقبل حل موجب تماماً

• لما $m = \frac{3}{2}$: المعادلة (E) تقبل حلان مختلفان في الإشارة

• لما $\frac{3}{2} < m < 2$: المعادلة (E) تقبل حل موجب تماماً وحلان

سالبان تماماً

• لما $m = 2$: المعادلة (E) تقبل حل معدوم وحل سالب تماماً

• لما $2 < m < \frac{29}{10}$: المعادلة (E) تقبل حل سالب تماماً

(III)

① دراسة شفعية الدالة h :

لدينا $D_h = \mathbb{R}$ ومنه: لما $x \in D_h$ فإن $-x \in D_h$

ولدينا: $h(-x) = f(-|-x|) = f(-|x|) = h(x)$

ومنه الدالة h زوجية

② توضيح كيف يمكن إنشاء (C_h) :

لدينا: $h(x) = f(-|x|) = \begin{cases} f(-x) & ; x \geq 0 \\ f(x) & ; x \leq 0 \end{cases}$