الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قسنطينة — **الثانوية : الحرّية**

المادة : رياضيات — **المستوى : أولى ثانوي**

الشعبة : جذع مشترك علوم — **المعامل : 5**

الإختبار الثاني — **المدة: 2سا**

التمرين الأول(8ن):

1) ABC مثلث قائم في A ، أنشئي النقطة M حيث : $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

أ- برهني أنّ : $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

ب- أنشئي لنقطة N حيث : $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

جـ- برهني أنّ النقط A ، M وَ N في إستقامية.

2) لتكن الجملة (S) حيث : $\begin{cases}-x+y=-3\\ x-4y=2\end{cases}$.

أ- بيّني أنّ الجملة (S) تقبل حلًا وحيدًا.

ب- جدي هذا الحل.

3) المستوي منسوب إلى معلم متعامد وَ متجانس $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ ، لتكن النقط $A(2;1)$ ، $B(2;-1)$ وَ $C(0;-1)$.

أ- بيّني أنّ المعادلة الديكارتية للمستقيم (d_1) الذي يشمل النقطة B وَ يُوازي المستقيم (AC)هي : $-x+y+3=0$.

ب- (d_2) مستقيم معادلته : $y=\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}$ ، تحققي أنّ (d_2) يشمل النقطتين $E(2;0)$ وَ $F\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

جـ - بيّني أنّ النقطة $H\left(\frac{10}{3};\frac{1}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين (d_1) وَ (d_2).

التمرين الثاني(12ن):

1) f دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=x^2+2x+3$، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

أ- تحققي أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ : $f(x)=(x+1)^2+2$.

ب- بيّني أنّ (C_f) التمثيل البياني للدالة f هو صورة التمثيل البياني للدالة مربع بإنسحاب يُطلب تعيينه ، ثُمّ أرسميه على الورقة المرفقة.

2) g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=-\frac{x^2}{4}-x+3$.

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.(الشكل على الورقة المرفقة).

أ- أحسبي $g(-2)$.

ب- أثبتي أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ : $g(-2)-g(x)=\left(\frac{x}{2}+1\right)^2$.

جـ- أثبتي أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ : $g(-2)-g(x)\geq 0$ ، ماذا تستنتجين ؟

د- حلّي بيانيًا المعادلة : $g(x)=3$.

3) h دالة تآلفية معرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $h(x)=ax+b$ وَ تُحقق : $\begin{cases}h(-2)=2\\ h(-2)-h(8)=5\end{cases}$.

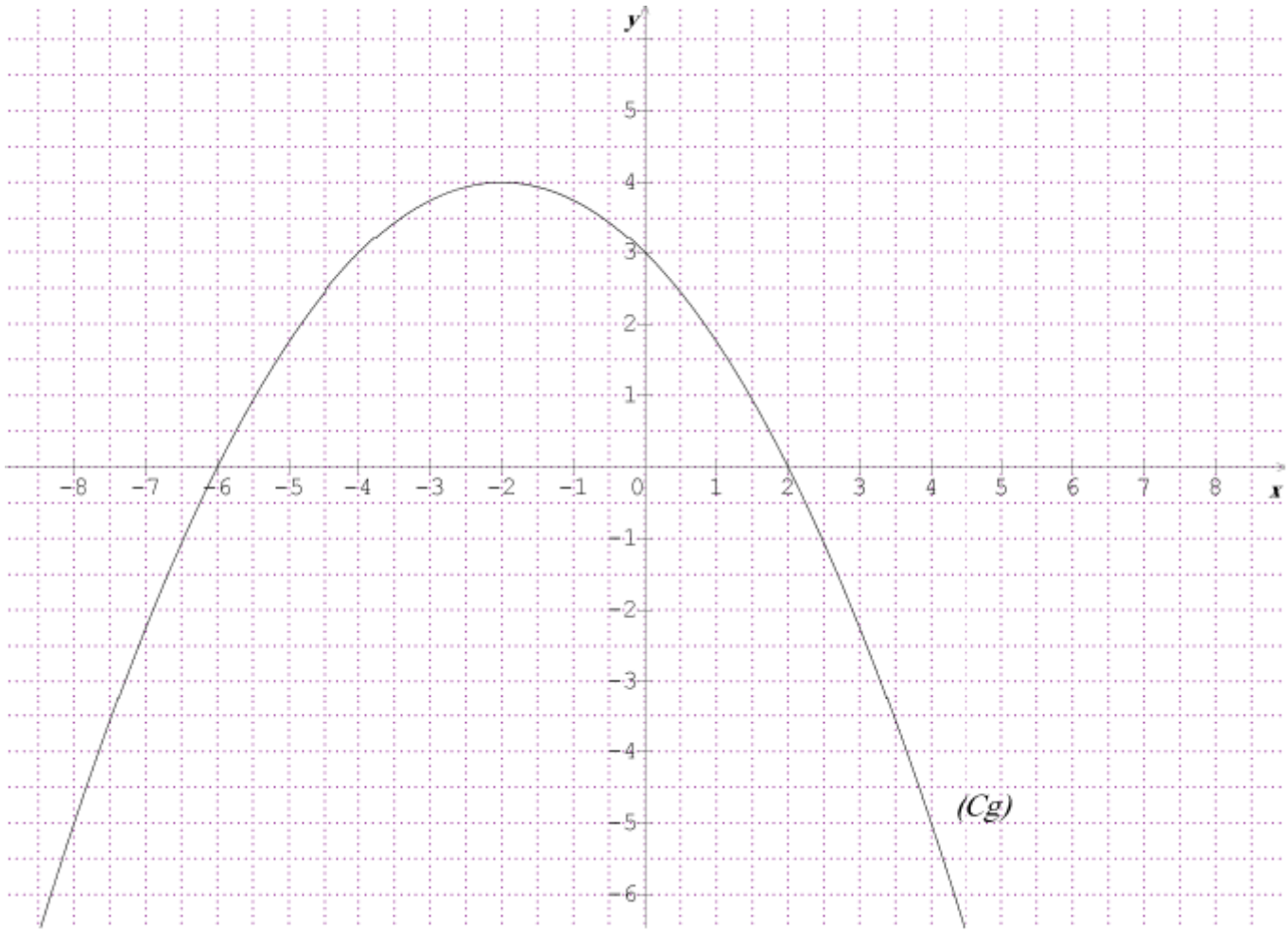
أ- أكتبي عبارة الدالة h.

ب- أرسمي (C_h) التمثيل البياني للدالة h في نفس المعلم . (الورقة المرفقة).

جـ- حلّي بيانيًا المعادلة : $g(x)=h(x)$.

بالتوفيق ـــــــــــــــ الإثنين 6 مارس 2023ـــــــــــــــ أساتذة المادة

اللقب : **الإسم :** **القسم :**

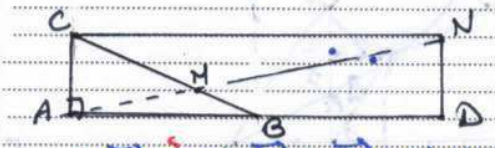


الورقة المرفقة

الإجابة النموذجية	تنقيط

التمرين الأول: (8ن)

1) ABC مثلث قائم في A ؛ $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$: M انشاء النقطة



0,25

0,5

أ- البرهان أن: $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AM}\overset{\text{حسب شال}}{=}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}$

$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$: $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ 0,25

$\overset{\text{حسب شال}}{=}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})$ 0,5

$=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ 0,25

ومنه $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

ب- لإنشاء النقطة N حيث $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$: و.ع.م

$\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ 0,25

بوضع: $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}$ فإن: $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}$

حيث: ADNC متوازي أضلاع

جـ- البرهان أن النقط A، M و N إستقامية:

حسب ب- فإن: $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

من جهة أخرى، وحسب أ- فإن: $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}(2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

ومنه: $3\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ 0,25

أي: $2\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AC}$ 0,5

نعوض هذه الأخيرة في عبارة $\overrightarrow{AN}$ فإن: $\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}$ 0,5

$\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AM}$

معناه أن الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AN}$ مرتبطان خطيا وهذا يكافئ أن النقط A، M و N في إستقامية. 0,25

2) $\begin{cases}-x+y=-3\\ x-4y=2\end{cases}$ ...(S):

أ- إثبات أن الجملة (S) تقبل حلا وحيدا:

لدينا: $-1=\frac{-1}{1}\neq\frac{1}{-4}=-0,25$ 0,5

ومنه فإن (S) تقبل حلا وحيدا.

ب- حل الجملة (S):

$\Delta=\begin{vmatrix}-1&1\\1&-4\end{vmatrix}=4-1=3\neq0$ 0,5

$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}-3&1\\2&-4\end{vmatrix}}{3}=\frac{12-2}{3}=\frac{10}{3}$ 0,5

$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}-1&-3\\1&2\end{vmatrix}}{3}=\frac{-2+3}{3}=\frac{1}{3}$ 0,5

ومنه: $S=\{(\frac{10}{3};\frac{1}{3})\}$

الإجابة النموذجية	تنقيط

3) النقط $A(2;1)$ ، $B(2;-1)$ ، $C(0;-1)$:

أ- البرهان أن $(d_1): x-y+3=0$ مع $(AC)\parallel(d_1)$ و $(d_1)\perp(BC)$:

لتكن النقطة $M(x;y)$ من (d_1) ؛ إذن النقط A، C، B، M على إستقامة واحدة وهذا يكافئ أن $\overrightarrow{BM}\parallel\overrightarrow{AC}$ أي:

$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x_M-x_B\\y_M-y_B\end{pmatrix}\parallel\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C-x_A\\y_C-y_A\end{pmatrix}$ 0,25 0,25

ومنه $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-2\\y+1\end{pmatrix}\parallel\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0-2\\-1-1\end{pmatrix}$

أي: $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-2\\y+1\end{pmatrix}\parallel\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$

وحسب شرط التوازي فإن:

$-2(x-2)+2(y+1)=0$ 0,25

بضرب $\frac{1}{2}$ في $-x+2+y+1=0$

أي: $(d_1): -x+y+3=0$ 0,25

و.ع.م

ب) $(d_2): y=\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}$ ، التحقق أن: $\begin{cases}E\in(d_2)\\F\in(d_2)\end{cases}$

$y_E=\frac{1}{4}x_E-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\times2-\frac{1}{2}$ لدينا $E(2;0)$ من (d_2) إذن

$\hookrightarrow y_E=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$ 0,5

و.ع.م

$y_F=\frac{1}{4}x_F-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\times\frac{3}{3}$ لدينا $F(\frac{2}{3};-\frac{1}{3})$ نقطة من (d_2)

$\hookrightarrow y_F=\frac{1-3}{6}=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3}$ 0,5

و.ع.م

جـ- إثبات أن $(d_1)\cap(d_2)=\{H(\frac{10}{3};\frac{1}{3})\}$:

نلاحظ أن: $(d_1): -x+y+3=0 \Leftrightarrow -x+y=-3$

$(d_2): y=\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}=\frac{x-2}{4}\Rightarrow 4y=x-2$ 0,5

ومنه: $x-4y=2$

وعليه يتم حل: $\begin{cases}-x+y=-3\\x-4y=2\end{cases}$ وهي (S)

وحسب (س-1-ب) فإن: 0,25

$(d_1)\cap(d_2)=\{H(\frac{10}{3};\frac{1}{3})\}$

و.ع.م

التمرين الثاني: (12ن)

$f(x)=x^2+2x+3$; $D=\mathbb{R}$

1) أ- التحقق أن: $\forall x\in\mathbb{R}: f(x)=(x+1)^2+2$

M_1: $(x+1)^2+2=x^2+2x+1+2=x^2+2x+3=f(x)$ 0,25

و.ع.م

M_2: $f(x)=x^2+2x+3=x^2+2x+1-1+3$ 0,75

$=(x+1)^2+2$

و.ع.م

ب- إثبات أن (C_f) هو إنسحاب القطع المكافئ (P)

لدينا حسب أ- فإن: $y=f(x)=(x+1)^2+2$

$\hookrightarrow y-2=(x+1)^2$

$Y=X^2\longrightarrow\begin{cases}X=x+1\\Y=y-2\end{cases}$ 0,25

ومنه (C_f) هو إنسحاب القطع المكافئ (P) بالشعاع $\vec{V}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ 0,25

تنقيط	الإجابة النموذجية	الإجابة النموذجية	تنقيط

بالشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

2) $g(x) = -\frac{x^2}{4} - x + 3 \; ; \; D_g = \mathbb{R}$

أ- حساب $g(-2)$:

$g(-2) = -\frac{(-2)^2}{4} - (-2) + 3 = -\frac{4}{4} + 2 + 3$

$= -1 + 5 = 4$

$g(-2) = 4$ — 0,5

ب- إثبات أن: $\forall x \in \mathbb{R} : g(-2) - g(x) = \left(\frac{x}{2}+1\right)^2$

$g(-2) - g(x) = 4 + \frac{x^2}{4} + x - 3 = \frac{x^2}{4} + x + 1$ — 0,5

$\left(\frac{x}{2}+1\right)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{2}\right)\times 1 + 1^2 = \frac{x^2}{4} + x + 1$ — 0,5

من (1) و (2) نستنتج أن: $g(-2) - g(x) = \left(\frac{x}{2}+1\right)^2$ — 0,5

و.هـ.م

جـ- إثبات أن: $\forall x \in \mathbb{R} : g(-2) - g(x) \geq 0$

لدينا: $\forall x \in \mathbb{R} : \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 \geq 0$ — 0,5

وعليه وحسب ب- فإن: $g(-2) - g(x) \geq 0$ — 0,5

$\forall x \in \mathbb{R}$

و.هـ.م

* الإستنتاج:

$g(-2) - g(x) \geq 0 \xrightarrow{\text{تكافؤ}} -g(x) \geq g(-2)$

$\xrightarrow[(-1)<0]{\text{نضرب في}} g(x) \leq g(-2)$ — 0,25

وعليه فإن: $g(x) \leq 4$ — 0,25

معناه أن (C_g) يقبل قيمة حدية هي 4 من أجل $x = 2$ — 0,25

د) الحل البياني للمعادلة: $g(x) = 3$:

نرسم المستقيم الأفقي ذو المعادلة $y = 3$ والذي يقطع (C_g) في نقطتين فاصلتيهما $(x = -4)$ و $(x = 0)$ — 0,5 — 0,5 +0,5

ومنه حلول $g(x) = 3$ هي: $S = \{-4, 0\}$

3) h دالة تآلفية معرفة على $\mathbb{R}$ تحقق:

$\begin{cases} h(-2) = 2 \\ h(-2) - h(8) = 5 \end{cases}$

أ- كتابة عبارة $h(x)$: $h(x) = ax + b$

$h(-2) = 2 \rightarrow -2a + b = 2$ — (*)

$h(-2) - h(8) = 5$

$\hookrightarrow -2a + b - 8a - b = 5 \rightarrow -10a = 5$ — 0,5

ومنه $a = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2}$ — 0,5

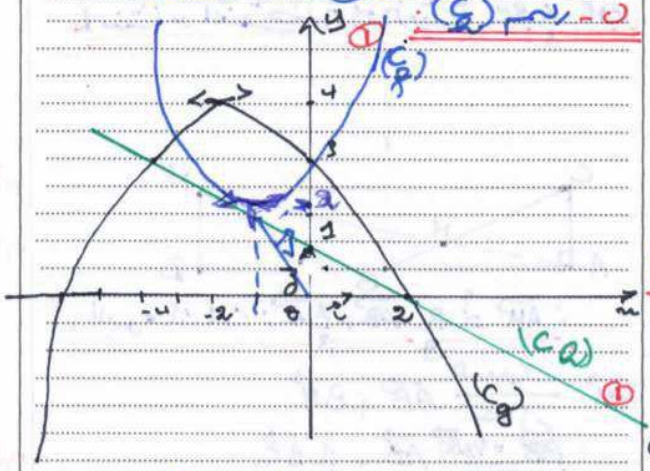
نعوض a بـ $\left(-\frac{1}{2}\right)$ في (*) نجد:

$-2\left(-\frac{1}{2}\right) + b = 2 \rightarrow 1 + b = 2$

$\hookrightarrow b = 2 - 1 = 1$ — 0,5

ومنه: $h(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ — 1

ب- رسم (C_h):

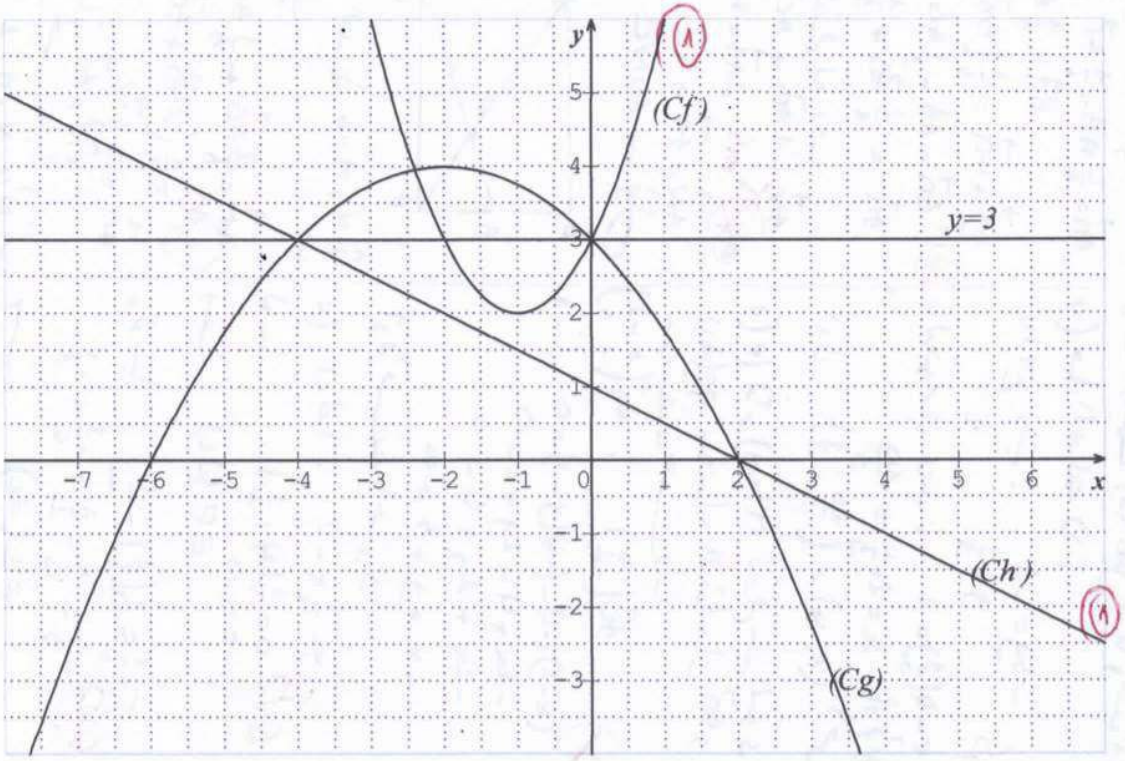


جـ- الحل البياني للمعادلة: $g(x) = h(x)$

هي فواصل نقط تقاطع (C_g) مع (C_h)

وحسب البيان فإن: $S = \{-4, 2\}$ — 0,5 +0,5

انتهى


y
x
(Cf)
(Ch)
(Cg)
y=3
1
1