

فيفري 2020

المستوى: الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد

المدة : 2 سا

فرض الثلاثي الثاني في الرياضيات

التمرين الأول (10 نقط)

مؤسسة إنتاجية تنتج في زمن معين q وحدة من منتج ما ($q \geq 0$). بكلفة إجمالية معطاة

$$\text{بالعلاقة: } C(q) = q^2 - 20q + 400.$$

1. أحسب بدلالة q الكلفة المتوسطة $C_M(q)$.

2. أحسب الدالة المشتقة $C'_M(q)$.

$$\text{ثم تحقق أن } C'_M(q) = \frac{(q-20)(q+20)}{q^2}.$$

استنتج اتجاه تغير الدالة $C_M(q)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. استنتج عدد الوحدات التي يجب إنتاجها حتى تكون الكلفة $C_M(q)$ أصغرية.

4. إذا كان ثمن بيع الوحدة هو 100 دج.

عين بدلالة q الربح $B(q)$

5. عين q عدد الوحدات التي تباع حتى تكون الفائدة قصوى ثم حدد هذه الفائدة.

التمرين الثاني (10 نقطة)

I. تعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x) = x^3 + 6x + 12$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.48 < \alpha < -1.47$

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \frac{x^3-6}{x^2+2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(\bar{o}, \bar{i}, \bar{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

2. بين أن من أجل كل $f'(x) = \frac{x \times g(x)}{(x^2+2)^2}$. ثم ادرس اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f)

4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

5. أرسم (Δ) ثم (C_f) (نقبل أن $f(x) = 0$ من أجل $x \approx 1,8$).

بالتوفيق

عناصر النجاح ثلاثة: الرغبة والقدرة والفرصة

التصحيح النموذجي

نقط طعنه دك		طعنه ف	طعنه لـ ب									
10 م	1	$C_M(q) = q - 20 + \frac{400}{q}$. 1	طعنه دك 1									
	1	$C'_M(q) = 1 - \frac{400}{q^2}$. 2										
	1	$C'_M(q) = \frac{q^2 - 400}{q^2} = \frac{(q-20)(q+20)}{q^2}$										
	2	<table><tr><td>q</td><td>0</td><td>20</td></tr><tr><td>$C'_M(q)$</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>$C_M(q)$</td><td colspan="2"></td></tr></table>		q	0	20	$C'_M(q)$	-	+	$C_M(q)$		
	q	0		20								
	$C'_M(q)$	-		+								
	$C_M(q)$											
	1	$q = 20$. 3										
		. 4										
	1	$B(q) = 100q - C(q) = -q^2 + 120q - 400$										
1	$B'(q) = -2q + 120$ <table><tr><td>q</td><td>0</td><td>60</td></tr><tr><td>$B'(q)$</td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>$B(q)$</td><td colspan="2"></td></tr></table>	q	0	60	$B'(q)$	+	-	$B(q)$				
q	0	60										
$B'(q)$	+	-										
$B(q)$												
1	5. تكون الفائدة القصوى من أجل $q = 60$											
1	$B(60) = 3200 \text{ DA}$											

2

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$+$	$+\infty$

ط.م.د.ك

2

2. $g(x) = 0$ مبرهنة القيم المتوسطة

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

2

1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad II$$

10

م

1

$$f'(x) = \frac{x \times g(x)}{(x^2 + 2)^2} \quad 2$$

1

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	-3	$+\infty$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) - x = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{2x+6}{x^2+2} = 0 \quad 3$$

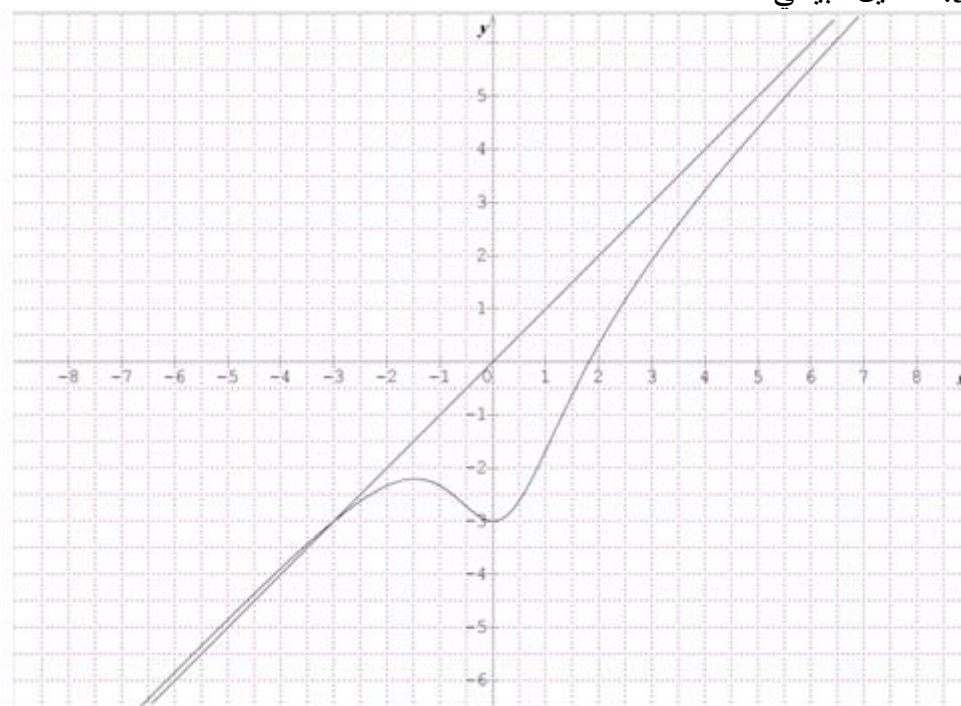
1

 $(\Delta): y = x$ م.م.ق.ب.م.ا.ل

4.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x) - x$	+	0	-
الوضعية النسبية	(C) فوق (Δ)		(C) تحت (Δ)
		$\{(-3, -3)\}$	

5. التمثيل البياني



1

1