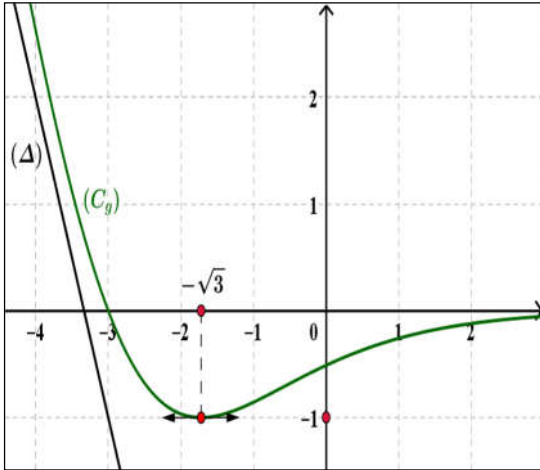


الفرض الأول للملأبي الأول

التمرين الأول

نعتبر الدالة g المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل :



- المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $-\infty$.
- محور الفواصل مقارب لـ (C_g) بجوار $+\infty$.

1. بقراءة بيانية عين :

$$g(-3), g(-\sqrt{3}), g'(-\sqrt{3})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}, \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) + 3x], \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$$

2. نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ،

$$(C_f) \text{ تمثيلها البياني حيث } f'(x) = g(x)$$

- عين إشارة $f'(x)$.
- برر وجود نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

التمرين الثاني

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x + a + \frac{b}{2(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

I. جد قيمة العددين الحقيقيين a و b اذا علمت أن المنحنى (C_f) يشمل النقطة $A(0, \frac{11}{2})$ و يقبل عند النقطة ذات

الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4.

II. نضع فيما يلي : $a=3$ و $b=5$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له ، ثم أدرس وضعيته مع (C_f) .

3. ليكن جدول تغيرات الدالة f كما يلي :

• بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]-3.5; -3[$ ثم أعط حصرا لـ α سعته 10^{-1} .

x	$-\infty$	1	2.7	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +	
$f(x)$				

• استنتج إشارة $f(x)$.

4. أرسم (Δ) ، (C_f) .

III. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $h(x) = [f(x)]^2$ و (C_h) تمثيلها البياني.

• أكتب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h .

• شكل جدول تغيرات الدالة h .

الأستاذ : فقاوول . ع

1. أ) حساب : $g(-\sqrt{3}) = -1$ ، $g'(-\sqrt{3}) = 0$ ، $g(-3) = 0$.

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) + 3x] = -10$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$

ملاحظة : معادلة المستقيم $(\Delta) : y = -3x - 10$.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x) = g(x)$		+	-

• تعيين إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$+\infty$
$f''(x) = g'(x)$		-	+

• تبرير وجود نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) :

التمرین الثاني

I. إيجاد قيمة العددين الحقيقيين a و b :

المنحنى (C_f) يشمل النقطة $A\left(0, \frac{11}{2}\right)$ معناه : $f(0) = 0 + a + \frac{b}{2(0-1)^2} = \frac{11}{2}$ أي $2a + b = 11$ (1)

يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيئه -4 معناه : $f'(2) = -4$

نحسب $f'(x) = 1 - \frac{b}{(x-1)^3}$ ومنه $f'(2) = 1 - \frac{b}{(2-1)^3} = -4$ أي $b = 5$ ، نعوض في المعادلة (1) نجد $a = 3$

II

1. حساب النهايات : $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

2. المستقيم $(\Delta) : y = x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) لأن

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 3)] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} x + 3 + \frac{5}{2(x-1)^2} - x - 3 = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{5}{2(x-1)^2} = 0$$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) : ندرس إشارة الفرق $f(x) - y = \frac{5}{2(x-1)^2} > 0$ ومنه من أجل كل $x \neq 1$

المنحنى (C_f) فوق (Δ) .

3. تبيان أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α : من خلال جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة f مستمرة و رتيبة على

المجال $]-\infty; 1[$ فهي مستمرة و رتيبة على المجال $]-3.5; -3[$ و $f(-3.5) = -0.38$ ، $f(-3) = 0.16$ أي

$f(-3.5) \times f(-3) < 0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد $-3.5 < \alpha < -3$

يحقق $f(\alpha) = 0$.

ومنه $-3.2 < \alpha < -3.1$.

x	-3.5	-3.4	-3.3	-3.2	-3.1
$f(x)$	-0.38	-0.27	-0.16	-0.06	+0.05

• حصر α :

x	$-\infty$	α	1	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	+

• استنتاج إشارة $f(x)$:

كتابة $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير الرالة h : $h'(x) = 2f'(x) \times f(x)$

✍ جدول تغيرات الرالة :

x	$-\infty$	α	1	2.7	$+\infty$	
$h'(x)$	-	0	+	-	0	+
$h(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
			0		$(6.5)^2$	

✍ دراسة إشارة المشتقة

x	$-\infty$	α	1	2.7	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	+	+	
$f'(x)$	+		+	-	0	+
$h(x)$	-	0	+	-	0	+

• $h(\alpha) = [f(\alpha)]^2 = 0^2 = 0$

• $h(7.2) = [f(7.2)]^2 = (6.5)^2 \approx 42$

الرسم:

