

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول

تمرين 1: (4 نقاط)

- x عدد طبيعي أكبر من 1 و y عدد طبيعي.
- A عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد ذي الأساس x بالشكل $A = 5566$
- (1) أ- أنشر العبارة $(x+1)(5x^2+6)$ ثم أوجد علاقة تربط بين x و y إذا علمت أن
- $$A = (5x^2+6)(2+2y)$$
- ب- احسب x و y إذا علمت أن x عدد أولي أصغر من 12 ، ثم اكتب تبعا لذلك العدد A في نظام التعداد العشري.
- (2) أ- عيّن الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584.
- ب- عيّن الأعداد الطبيعية a و b حيث $a > b$ التي تحقق:
- $$\begin{cases} a+b=32 \\ a^2+b^2=584 \end{cases}$$

تمرين 2: (5 نقاط)

- كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء.
- (1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد.
- أ- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء.
- ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء.
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.
- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.
- (3) نسحب من الكيس في آن واحد 3 كريات خمس مرات على التوالي مع الإعادة (الإرجاع).
- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء مرتين بالضبط.

تمرين 3: (5 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
نعتبر النقطتين $A(2,1,2)$ و $B(0,2,-1)$ والمستقيم (D) ذو التمثيل الوسيط

$$t \in \mathbb{R} \quad \text{حيث} \quad \begin{cases} x=2+3t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$$

- (1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .
اثبت أن (D) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي.
- (2) نعتبر المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي المستقيم (D) .
أ - بين أن الشعاع $\vec{n}(1,5,1)$ عمودي على المستوي (P) .
ب - اكتب معادلة للمستوي (P) .
ج - بين أن المسافة بين نقطة M من (D) والمستوي (P) مستقلة عن موضع M .
د - عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستوي (P) مع المستوي (yoz) .

تمرين 4: (6 نقاط)

- (1) نعرف الدالة العددية f على المجال $[1,5]$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{5}{x} \right)$.
ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
الوحدة على المحورين $3cm$.
أ - ادرس تغيرات الدالة f .
ب - أنشئ المنحنى البياني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ في نفس المعلم.
- (2) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $U_0 = 5$ وبالعلاقة:

$$U_{n+1} = \frac{1}{2} \left(U_n + \frac{5}{U_n} \right)$$

- أ - أحسب U_1, U_2 .
- ب - استعمل المنحنى (C) والمستقيم (Δ) لتمثيل الحدود U_0, U_1, U_2 على محور الفواصل.
- (3) أ - برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n \geq \sqrt{5}$.
ب - بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما. ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب (U_n) ؟
- (4) أ - برهن أنه مهما يكن العدد الطبيعي n فإن: $(U_{n+1} - \sqrt{5}) \leq \frac{1}{2} (U_n - \sqrt{5})$.
ب - استنتج أن $(U_n - \sqrt{5}) \leq \left(\frac{1}{2} \right)^n (U_0 - \sqrt{5})$. ما هي $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ؟

الموضوع الثاني

تمرين 1: (4 نقاط)

نرفق بكل عدد مركب z يختلف عن 1 العدد المركب $f(z)$ حيث: $f(z) = \frac{z-i}{z-1}$

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(45+45i)f(z) = 23+45i-2z$

(2) لتكن M صورة العدد المركب z في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$
أ- عين مجموعة النقط M بحيث يكون $f(z)$ عددا حقيقيا سالبا تماما.

ب- احسب العدد المركب z_0 بحيث: $|f(z_0)|=1$ و $\arg(f(z_0)) = \frac{3\pi}{2}$.

(3) في المستوي المركب نعتبر النقط A, B و C صور الأعداد المركبة 1، i و z_0 على الترتيب.
أ- ما نوع المثلث ABC ؟

ب- عين النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB) و استنتج طبيعة الرباعي $ACBD$.

تمرين 2: (5 نقاط)

(U_n) المتتالية المعرفة بحدّها الأول $U_0 = 0$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 3U_n + 2n + 1$.

(V_n) المتتالية المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n كما يلي : $V_n = U_n + \alpha n + \beta$ حيث α و β عدنان حقيقيان

(1) عين α و β بحيث تكون المتتالية (V_n) متتالية هندسية، يطلب حساب أساسها وحدّها الأول.

(2) احسب كلا من U_n و V_n بدلالة n .

(3) احسب المجموعين S و S' حيث: $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ و $S' = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

(4) أ- عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ب- عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها U_n مضاعفا للعدد 5.

تمرين 3: (4 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستويين (P_1) و (P_2) حيث

$$x + 2y - z - 2 = 0 \text{ معادلة للمستوي } (P_1)$$

$$\text{و } \begin{cases} x = 1 + 2\alpha + \beta \\ y = 1 + \alpha \\ z = 5 + \alpha + \beta \end{cases} \text{ تمثيل وسيطي للمستوي } (P_2).$$

(1) اكتب معادلة للمستوي (P_2) .

(2) عين شعاعا ناظميا $\vec{n}_1$ للمستوي (P_1) وشعاعا ناظميا $\vec{n}_2$ للمستوي (P_2) .

(3) بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان.

(4) أ- $A(3,1,1)$ نقطة من الفضاء، عين المسافة d_1 بين النقطة A والمستوي (P_1) ثم المسافة

d_2 بين A و (P_2) .

ب- استنتج المسافة d_3 بين النقطة A والمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .

(5) أ- عين تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ عدد حقيقي.

ب- M نقطة كيفية من (Δ) ، احسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا ثانية المسافة بين A و (Δ) .

تمرين 4: (7 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يأتي : $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$.

1) (C_f) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{i} , \vec{j})$.

(1) ادرس تغيرات الدالة f .

(2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته: $y = x$.

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D) .

(3) أ- بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1,3 < x_0 < 1,4$.

ب- عين معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب.

ج- ارسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

(4) أوجد الدالة الأصلية للدالة f والتي تتعدم من أجل القيمة 0 للمتغير x .

(5) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعبارة: $g(x) = |f(x)|$.

(C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق.

- بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x) = m^2$.

الموضوع الأول

العلامة		عناصر الإجابة	محااور الموضوع										
المجموع	مجزأة												
4		تمرين 1: (4 نقاط)	التعداد القواسم والمضاعفات										
	0.25	1. أ- نشر العبارة $(5x^2 + 6)(x + 1)$											
	0.5+0.25	العلاقة بين x و y هي: $x = 2y + 1$											
	0.25×2	ب- $(x, y) = (7, 3)$ أو $(x, y) = (11, 5)$											
	0.25	من أجل $(x, y) = (7, 3)$ لدينا $A = 2008$											
	0.25	من أجل $(x, y) = (11, 5)$ لدينا $A = 7332$											
	0.5×2	2. أ- القواسم المطلوبة هي 1 و 2 .											
	0.5×2	ب- تعيين الأعداد الطبيعية a و b : $(a, b) = (11, 5)$											
5		تمرين 2: (5 نقاط)	حساب الاحتمال، تغير العشوائي، الأمثل الرياضي										
	01	$P = \frac{1}{30}$ (أ-1)											
	01	ب) $P' = 1 - P = \frac{29}{30}$											
	0.25×5	(2) <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>P_i</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{3}{10}$</td><td>$\frac{1}{30}$</td></tr></table>		x_i	0	1	2	3	P_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$
	x_i	0		1	2	3							
P_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$									
0.75	$E(X) = \frac{6}{5}$												
1	(3) $P(Y = 2) = C_5^2 \left(\frac{1}{30}\right)^2 \left(\frac{29}{30}\right)^3 \approx 0.01$												

العلامة	مجزأة	عناصر الإجابة	محاوَر الموضوع												
05	0.75 0.5 + 0.25 0.5 + 0.5 0.5 0.25 + 0.75 0.75 + 0.25	تمرين 3: (5 نقاط) (1) التمثيل الوسيطى للمستقيم (AB) $\begin{cases} x=2-2\lambda \\ y=1+\lambda \\ z=2-3\lambda \end{cases}$ * إثبات أن (D) والمستقيم (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي لدينا $\overline{AB}$ لا يوازي $(3, -1, 2)$ و $\overline{V_D}$ والمستقيمان غير متقاطعين (2) أ- لإثبات أن الشعاع $\vec{n}$ عمودي على المستوي (P) يكفي إثبات أنه عمودي على الشعاعين $\overline{AB}$ و $\overline{V_D}$ باعتبارهما شعاعي توجيه للمستوي (P) ب- المستوي (P) يشمل النقطة A وعمودي على $\vec{n}$ منه معادلته هي $(P): x+5y+z-9=0$ ج - المسافة بين M و (P) هي $d(M, (P)) = \frac{2}{3\sqrt{3}}$ - هي مستقلة عن موضع M د - معادلة (yoz) - التمثيل وسيطي لمستقيم تقاطع (P) مع (yoz) $\begin{cases} x=0 \\ y=\alpha \\ z=9-5\alpha \end{cases}$	هندسة فضائية												
06	0.25+ 0.5 0.25 0.25+ 0.5 0.25 0.75 0.75 0.25+ 0.75 0.5 0.75 0.25	تمرين 4: (6 نقاط) (1) أ - دراسة التغيرات $f'(x) = \frac{x^2-5}{2x^2}$ إشارة $f'(x)$ واتجاه التغير - جدول التغيرات <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>$\sqrt{5}$</td><td>5</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>3</td><td>$\sqrt{5}$</td><td>3</td></tr> </table> ب - إنشاء المنحني (C) و المستقيم (Δ) (2) أ - حساب U_1 و U_2 ب - تمثيل الحدود U_2, U_1, U_0 (3) أ - إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n \geq \sqrt{5}$ ب - إثبات أن المتتالية متناقصة تماما واستنتاج أنها متقاربة (4) أ - إثبات صحة $(U_{n+1} - \sqrt{5}) \leq \frac{1}{2}(U_n - \sqrt{5})$ ب - استنتاج أن: $(U_n - \sqrt{5}) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (U_0 - \sqrt{5})$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \sqrt{5}$	x	1	$\sqrt{5}$	5	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	3	$\sqrt{5}$	3	دوال عددية
x	1	$\sqrt{5}$	5												
$f'(x)$	-	0	+												
$f(x)$	3	$\sqrt{5}$	3												

العلامة		عناصر الإجابة	محاوَر الموضوع
المجموع	مجزأة		
4		الموضوع الثاني	
	0.5	التمرين الأول: 04 ن	الأعداد المركبة والهندسة
	0.25×4	(1) المعادلة تكافئ: $z^2 + 10z + 34 = 0$	
	1	(2) أ - مجموعة النقط M بحيث يكون $f(z)$ عدداً حقيقياً سالباً تماماً هي القطعة المستقيمة المفتوحة AB حيث $B(1,0)$; $A(0,1)$	
	0.25×2	ب- من المعطيات ينتج $f(z_0) = -i$ فومنه نجد $z_0 = 1+i$	
	0.5	(3) أ- المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين	
5	0.25×2+0.75	التمرين الثاني: 05 ن	المتتاليات و المواقفات
	0.25×2	1- $\alpha = \beta = 1$ ، الأساس: $q = 3$ ، الحد الأول: $V_0 = 1$	
	0.75+0.5	2- $U_n = 3^n - n - 1$; $V_n = 3^n$	
	1	3- $S' = \frac{1}{2}[3^{n+1} - (n+1)(n+2) - 1]$; $S = \frac{1}{2}(3^{n+1} - 1)$	
	1	4- بواقي القسمة الإقليدية متتالية دورية دورها 4 والبواقي هي: 1، 3، 4، 2 ..	
	1	ب- $k \in \mathbb{N} / n = 20k + 11$; $n = 20k + 18$; $n = 20k + 17$; $n = 20k$	
4	0.5	التمرين الثالث : 04 ن	هندسة
	0.25×2	(1) معادلة (P_2) : $x - y - z + 5 = 0$	
	0.25	(2) $\vec{n}_2(1, -1, -1)$; $\vec{n}_1(1, 2, -1)$	
	0.5×2	(3) $(P_2) \perp (P_1)$	
	0.5	(4) أ- $d_2 = 2\sqrt{3}$; $d_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}$	
	0.5	ب- $d_3 = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \frac{\sqrt{114}}{3}$	
	0.5	(5) أ- $\begin{cases} x = \lambda - \frac{8}{3} \\ y = \frac{7}{3} \\ z = \lambda \end{cases}$; $\lambda \in \mathbb{R}$	فضاء
	0.5	ب- $MA^2 = 2(\lambda - \frac{10}{3})^2 + \frac{114}{9}$	
	0.25	$d(A, \Delta) = \frac{\sqrt{114}}{3} = d_3$	

العلامة		عناصر الإجابة	محاوـر الموضوع
المجموع	مجزأة		
		التمرين الرابع : 07 ن	
		(1) - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ - المشتق وإشارته - جدول التغيرات (2) - أ - $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ ومنه (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) معادلته $y = x$ ب- الوضعية النسبية لـ (C_f) و (D) (3) - أ - (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 (التبرير) - حصر x_0 ب- نقطة التقاطع : $A(0, -2)$ ، معادلة المماس $y = 2x - 2$ ج - رسم (C_f) (4) - الدالة الأصلية هي $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4\sqrt{x+1} + 4$ (5) - تبرير كيفية رسم (C_g) و انطلاقا من (C_f) (6) - المناقشة : $m = 0$ للمعادلة حل وحيد موجب $(x = x_0)$ $0 < m < \sqrt{2}$ للمعادلة حلين موجبين تماما $ m = \sqrt{2}$ للمعادلة حلان أحدهما موجبا والآخر معدوما $ m > \sqrt{2}$ للمعادلة حلان مختلفان في الإشارة	دوال العديـ
7	0.25×2 0.25+0.5 0.5 0.25 0.5 0.25 0.5 0.75 0.5+0.25 0.5 0.5 0.25×2 0.75		