

الموسم الدراسي: 1443-42 هـ / 22 - 2023 م



إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات
للسنة الثالثة ثانوي شعبة تسيير وإقتصاد

التاريخ : 2022/12/08

أستاذ المادة: مزروح يوسف

المدة: 03 ساعة

يمنع التشطيب في ورقة الإجابة

التمرين الأول: 09 نقاط

في بداية جانفي 2010 تم إنشاء مدرسة ميلينا الخاصة لتدريس الاطوار التعليمية الثلاثة. يتوافد على المدرسة 40 طالب سنويا ويتخرج منهم 10% من الطلاب سنويا. كان عدد الطلاب في البداية 200 طالبا. u_n هو عدد الطلاب لسنة $2010 + n$.

1 عين u_0 ثم أحسب كل من u_1 و u_2 .

2 هل المتتالية (u_n) حسابية؟ هندسية؟ برر جوابك.

3 بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} = 0.9u_n + 40$.

4 برر بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n < 400$.

5 ادرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم إستنتج أنها متقاربة.

نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 400$.

6 بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

7 أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج ان: $u_n = -200 \times (\frac{9}{10})^n + 400$.

8 أحسب عدد الطلاب لسنة 2023.

9 احسب نهاية المتتالية (u_n) .

10 هل يمكن ان يبلغ عدد الطلاب 500 طالب؟ علل جوابك.

التمرين الثاني: 04 نقاط لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة التالية المقترحة، عينه مع التبرير.

السؤال	الإقتراح الأول	الإقتراح الثاني	الإقتراح الثالث
عبارة الحد العام للمتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ والتي أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول 2 هي:	$2 + \frac{1}{2}n$	$\frac{1}{2} + 2n$	$2 \times (\frac{1}{2})^n$
معادلة المماس لمنحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ:	$y = x + 3$	$y = -x + 7$	$y = -x + 3$
مشتقة الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+1}$ هي:	$\frac{6x}{(x^2+1)^2}$	$\frac{2x}{(x^2+1)^2}$	$\frac{x+1}{(x^2+1)^2}$
الحد العشرون للمتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = 1 - 3n$ هو	-59	-56	-62

التمرين الثالث: 07 نقاط

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$. ثم فسر النتيجة هندسيا.

2 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3 تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x + 1}$

4 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

5 ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

6 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$

7 أدرس إتجاه تغير الدالة f على مجال تعريفها . ثم شكل جدول تغيراتها.

8 أكتب معادلة ل (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

9 أرسم كلا من (T) , (Δ) و (C_f) .

بالتوفيق .. أستاذ المادة

التصحيح المفصل للاختبار الأول في مادة الرياضيات للسنة 3 شعبة تسيير وإقتصاد.



في بداية جانفي 2010 تم إنشاء مدرسة ميلينا الخاصة لتدريس الاطوار الثلاث.
يتوافد على المدرسة 40 طالب سنويا ويخرج منهم 10% من الطلاب سنويا. كان عدد الطلاب في البداية 200 طالبا.
 u_n هو عدد الطلاب لسنة $2010 + n$.

1 عين u_0 ثم أحسب كل من u_1 و u_2 .
 الجواب $u_0 = 200$ [0.5 ن] $u_1 = 220$ [0.5 ن] $u_2 = 238$ [0.5 ن]

2 هل المتتالية (u_n) حسابية؟ هندسية؟ برر جوابك.
 الجواب لدينا: $\begin{cases} u_0 + u_2 = 438 \\ 2u_1 = 440 \end{cases}$ أي أن $u_0 + u_2 \neq 2u_1$ ومنه u_n ليست حسابية. [0.5 ن]
 من جهة أخرى: $\begin{cases} u_0 \times u_2 = 47600 \\ u_1^2 = 48400 \end{cases}$ أي أن $u_0 \times u_2 \neq u_1^2$ ومنه u_n ليست هندسية. [0.5 ن]

3 بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} = 0.9u_n + 40$.
 الجواب لدينا: $u_{n+1} = 0.9u_n + 40 \iff u_{n+1} = u_n - 0.1u_n + 40$ [0.5 ن]

4 برر بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n < 400$.
 الجواب البرهان بالتراجع. [1 ن]

5 ادرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم إستنتج أنها متقاربة.
 الجواب $u_{n+1} - u_n = -0.1u_n + 40$ [0.5 ن]
 مما سبق لدينا:

$$u_n < 400 \iff -0.1u_n + 40 > 0$$

وبالتالي u_n متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. [0.5 ن]

نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 400$.

6 بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
 الجواب $V_{n+1} = u_{n+1} - 400 \iff V_{n+1} = 0.9(u_n - 400)$
 ومنه $V_{n+1} = 0.9V_n$ ينتج أن V_n هندسية [0.5 ن] أساسها $q = 0.9$ [0.5 ن]
 وحدها الأول $V_0 = u_0 - 400 = -200$ [0.5 ن]

7 أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج ان: $u_n = -200 \times (\frac{9}{10})^n + 400$.
 الجواب $V_n = V_0 \times q^n \iff V_n = -200 \times (0.9)^n$ [0.5 ن]
 منه ينتج أن: $u_n = V_n + 400 \implies u_n = -200 \times (\frac{9}{10})^n + 400$ [0.5 ن]

8 أحسب عدد الطلاب لسنة 2023.
 الجواب أي $n = 2023 - 2010 \implies n = 13$ [0.25 ن]
 فنجد: $u_{13} = -200 \times (\frac{9}{10})^{13} + 400 = 350$ [0.25 ن] تقبل النتيجة 349 كذلك.

9 احسب نهاية المتتالية (u_n) .
 الجواب

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 400$$
 [0.5 ن]

10 هل يمكن ان يبلغ عدد الطلاب 500 طالب؟ علل جوابك.
 الجواب لا يمكن ان يبلغ عدد الطلاب 500 طالب لان: $u_n < 400$ مهما يكن n . [0.5 ن]



لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة التالية المقترحة، عينه مع التبرير. **ن 4**

السؤال	الإقتراح الأول	الإقتراح الثاني	الإقتراح الثالث
عبارة الحد العام للمتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ والتي أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول 2 هي:	$2 + \frac{1}{2}n$	$\frac{1}{2} + 2n$	$2 \times (\frac{1}{2})^n$
معادلة المماس لمنحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بن: $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$ عند النقطة ذات الفاصلة 2 هي	$y = x + 3$	$y = -x + 7$	$y = -x + 3$
مشتقة الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بن: $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2+1}$ هي:	$\frac{6x}{(x^2+1)^2}$	$\frac{2x}{(x^2+1)^2}$	$\frac{x+1}{(x^2+1)^2}$
الحد العشرون للمتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بن: $u_n = 1 - 3n$ هو	-59	-56	-62



f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بن: $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$. ثم فسر النتيجة هندسيا.

الجواب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$. **ن 0.25**

التفسير: $x = -1$ مستقيم مقارب عمودي ل (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$. **ن 0.5**

2 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

الجواب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$. **ن 0.25**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$. **ن 0.25**

3 تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+1}$.

الجواب $f(x) = \frac{x^2+4x+5}{x+1} \Rightarrow f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+1} \Rightarrow f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+1}$. **ن 0.5**

4 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

الجواب لدينا: $f(x) - y = \frac{4}{x+1}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x+1} = 0$

ن 0.5 ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

5 ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) . **ن 0.5**

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y$	(C_f) يقع تحت (Δ)		(C_f) يقع فوق (Δ)

6 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$.

الجواب

الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R} - \{-1\}$. **ن 0.25**

$f'(x) = \frac{2x(x+1) - (x^2+2x+5)}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$. **ن 0.25**

من جهة أخرى: $(x-1)(x+3) = x^2+2x-3$ ومنه: $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$. **ن 0.25**

7 أدرس إتجاه تغير الدالة f على مجال تعريفها. ثم شكل جدول تغيراتها.

الجواب $f'(x) = 0 \iff x = \{-3; 1\}$. **ن 0.25**

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

ن 0.5

لدينا $f'(x) \geq 0$ على كل من المجالين : $[1; +\infty[\cup]-\infty; -3]$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على : $[1; +\infty[\cup]-\infty; -3]$.

ن 0.25

من جهة اخرى لدينا : $f'(x) \leq 0$ على كل من المجالين : $[-1; 1] \cup [-3; -1[$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على : $[-1; 1] \cup [-3; -1[$.

ن 0.25

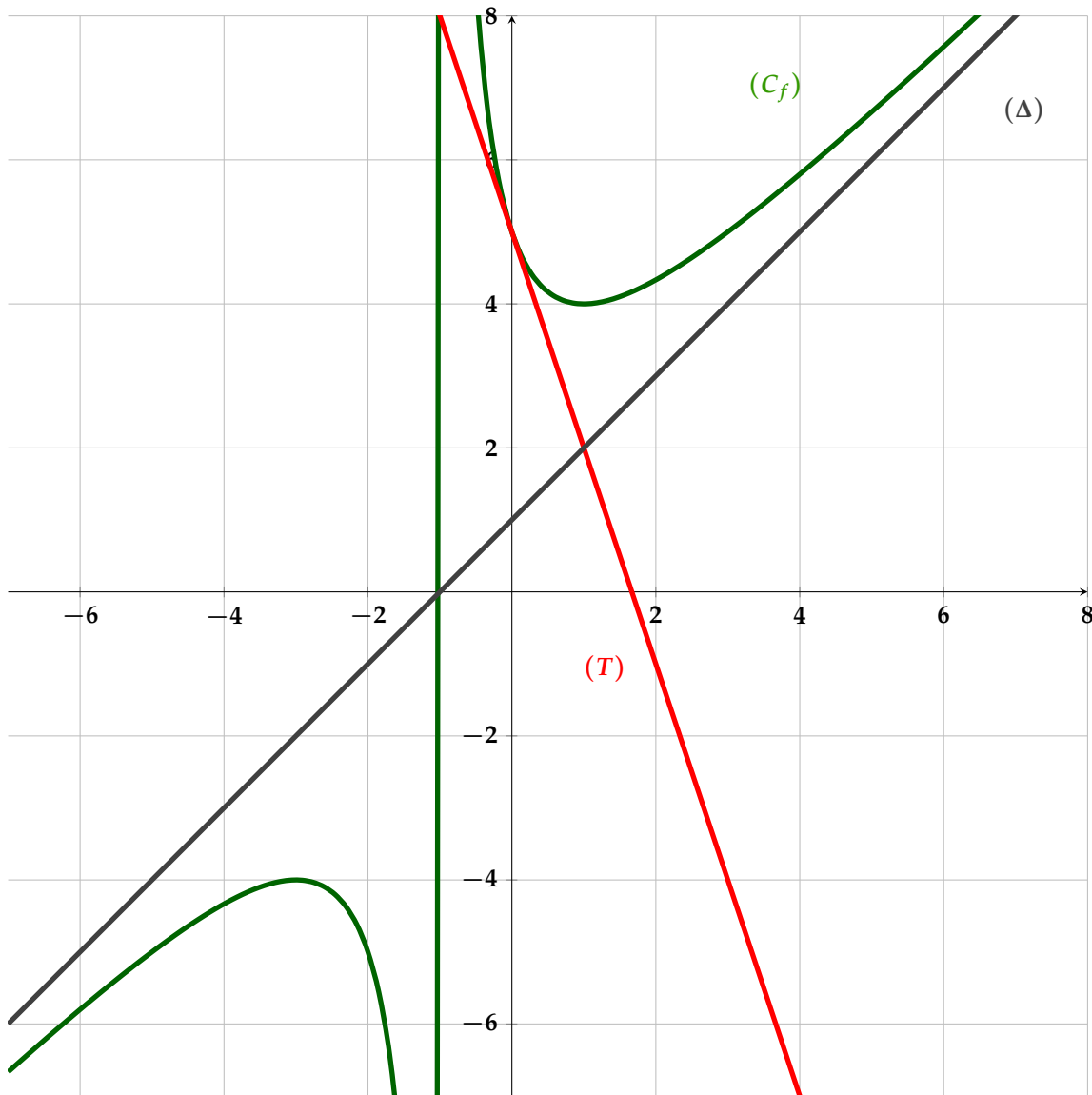
جدول التغيرات : ن 0.5

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty \longrightarrow f(-3) = -4 \longrightarrow -\infty$			$+\infty \longrightarrow f(1) = 4 \longrightarrow +\infty$	

8 أكتب معادلة ل (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

الجواب $5 - 3x = y \iff y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ (T) : ن 0.5

9 أرسم كلا من (T) , (Δ) و (C_f) . ن 1



إنتهى

من إعداد الأستاذ : مزروح يوسف