



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2024

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 9 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، منها: 4 بيضاء و 3 حمراء و 2 خضراوان.

(I) نسحب عشوائيا من الصندوق 3 كرات في آن واحد.

(1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون » ، B : « الحصول على الألوان الثلاثة »

C : « الحصول على كرة بيضاء على الأقل »

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الألوان المتحصل عليها.

(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

(ب) احسب $E(84X + 1837)$

(II) نضيف الآن إلى الصندوق كرة واحدة سوداء ثم نسحب منه عشوائيا 4 كرات على التوالي دون إرجاع.

– بيّن أنّ احتمال الحادثة D : « الحصول على الألوان الأربعة » هو $\frac{4}{35}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) (أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 5^n على 7

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(5^{1445})^{2024}$ على 7

(2) بيّن أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445$ مضاعف للعدد 7

(3) جد الأعداد الطبيعية n التي تُحقّق : $1445^{6n+1} + 2024^n + 2n \equiv 0 [7]$

(4) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يقبل العدد $5^n + 2^n$ القسمة على 7

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{6+6u_n}{5+u_n}$

(1) احسب u_1 و u_2 ثم تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 6 - \frac{24}{5+u_n}$



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: تقني رياضي // بكالوريا 2024

(2) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n < 3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

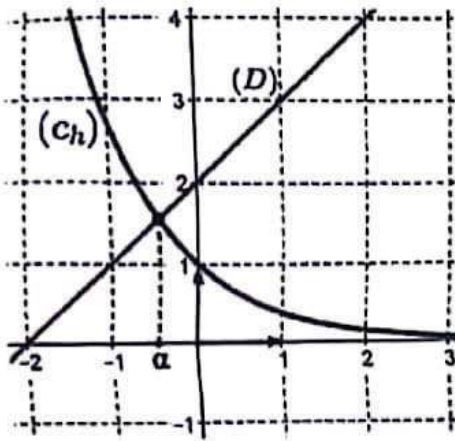
(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{8}{3}$ ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3 + \frac{5}{v_n - 1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \dots + 3^n \times v_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(I) (C_h) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^{-x}$

و (D) المستقيم ذو المعادلة: $y = x + 2$ و α فاصلة نقطة تقاطع (C_h) و (D) ، كما في الشكل المقابل.

بقراءة بيانية: حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ حيث:

$$g(x) = e^{-x} - x - 2$$

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + (x+1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2 cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x) \times e^x$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(5) أ) ارسم (T) ، (Δ) و (C_f) (ناخذ: $\alpha \approx -0,5$ و $f(\alpha) \approx 0,8$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x - e^m$ حلين مختلفين.

(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $\int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع ، $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$x = 0 , x = -1 , y = -x$$



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها:
كرتان تحملان الرقم 0 ، ثلاث كرات تحمل الرقم 2 ، كرتة واحدة تحمل الرقم 3 وأربع كرات تحمل الرقم 4
نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد.
(1) احسب احتمال كل من الحوادث الآتية:

A : « مجموع الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة يساوي 12 »

B : « الحصول على ثلاثة أعداد أولية »

C : « جداء الأعداد التي تحملها الكرات المسحوبة معدوم »

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الأعداد الأولية المتحصل عليها.
(أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$
(ب) احسب احتمال الحادثة $(X^2 > e)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة $(E) \quad 3179x - 1156y = 1445 \dots$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

(أ) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 3179 و 1156

(ب) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(3; 7)$ حلّ لها.(2) x ، y عدنان صحيحان و d عدد طبيعي حيث: $(x; y)$ حلّ للمعادلة (E) و $PGCD(x; y) = d$ (أ) عيّن القيم الممكنة للعدد d (ب) جد كلّ الثنائيات $(x; y)$ التي تحقّق: $d = 5$ (3) a ، b عدنان طبيعيان و $PGCD(a; b) = 5$ (أ) جد الثنائيات $(a; b)$ التي تحقّق: $ab = 600$ (ب) عيّن الثنائية $(a; b)$ حلّ للمعادلة (E) التي تحقّق: $ab = 600$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) f الدالة المعرفة على المجال $[2; 3]$ بـ: $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$ - ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم بيّن أنّه: من أجل كل x من $[2; 3]$ ، $2 \leq f(x) \leq \frac{11}{5}$



(II) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $2 < u_n \leq 3$

(2) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

(3) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$

ب) برهن أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 2(n+1) + \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة g المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $g(x) = x + \ln(x+2)$

x	-2	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-0,45 < \alpha < -0,44$

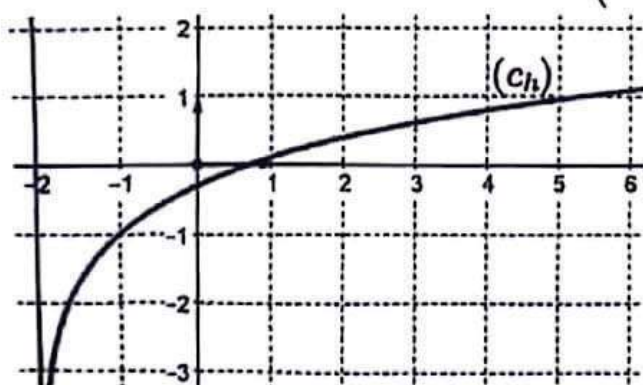
(2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $]-2; +\infty[$ بـ: $f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)(-1 + \ln(x+2))$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2 cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$



ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) في الشكل المقابل، (C_h) منحنى الدالة h المعرفة

على $]-2; +\infty[$ بـ: $h(x) = -1 + \ln(x+2)$

أ) بين أن (C_h) منحنٍ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_h) و (C_f)

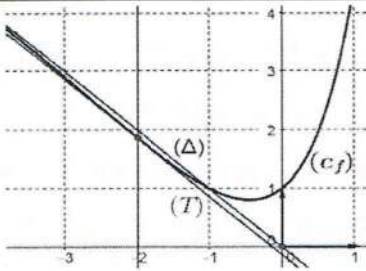
(4) أ) أعد رسم (C_h) على ورقة الإجابة ثم ارسم (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \approx -0,2$)

ب) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$

(5) بين أن: $\int_{-1}^{e-2} \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx = \frac{1}{2}$ ثم احسب بالسنتيمتر المربع، $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد

بالمنحنيين (C_h) و (C_f) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x = -1$ و $x = e-2$

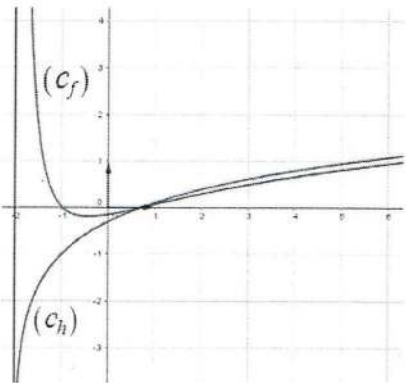
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																									
العلامة	مجزأة																										
التمرين الأول (04 نقاط)																											
1,5	0,5×3	$P(B)=\frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_9^3}=\frac{2}{7} \text{ , } P(A)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\frac{5}{84}$ $P(C)=1-\frac{C_5^3}{C_9^3} \text{ أو } P(C)=\frac{C_4^1 \times C_5^2+C_4^2 \times C_5^1+C_4^3}{C_9^3}=\frac{37}{42}$	(1 I)																								
2	0,25×4	<table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{5}{84}$</td><td>$\frac{55}{84}$</td><td>$\frac{24}{84}$</td></tr></table>	x_i	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{5}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{24}{84}$	(2																
	x_i	1	2	3																							
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{24}{84}$																								
0,5	$E(X)=\frac{187}{84}$ $E(84X+1837)=84 \times E(X)+1837=2024$ (ب)																										
0,5	0,5	$P(D)=\frac{4! \left(A_1^1 \times A_2^1 \times A_3^1 \times A_4^1 \right)}{A_{10}^4}=\frac{4}{35}$	(II)																								
التمرين الثاني (04 نقاط)																											
2	1+1	<table><tr><td>$n=$</td><td>$6k$</td><td>$6k+1$</td><td>$6k+2$</td><td>$6k+3$</td><td>$6k+4$</td><td>$6k+5$</td><td></td></tr><tr><td>$3^n \equiv$</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>6</td><td>4</td><td>5</td><td>[7]</td></tr><tr><td>$5^n \equiv$</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td><td>[7]</td></tr></table>	$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$		$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]	$5^n \equiv$	1	5	4	6	2	3	[7]	(1
$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$																					
$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5	[7]																				
$5^n \equiv$	1	5	4	6	2	3	[7]																				
0,5	0,5	$5^{1445} \equiv 3[7] \text{ ومنه: } 5^{1445} = 5^{6 \times 240 + 5}$ $(5^{1445})^{2024} \equiv 2[7]: \text{ نستنتج: } 3^{2024} \equiv 2[7] \text{ ومنه: } 3^{2024} = 3^{7 \times 337 + 2}$																									
0,5	0,5	$61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 5^{6n+1} + 3^{6n+3} + 3[7]$ $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 5 + 6 + 3[7]$ $61^{6n+1} + 52^{6n+3} + 1445 \equiv 0[7]$	(2																								
0,5	0,5	$3 + 1 + 2n \equiv 0[7] \text{ معناه: } 1445^{6n+1} + 2024^n + 2n \equiv 0[7]$ $\text{ومنه: } n \equiv 5[7] \text{ وعليه فإن } n = 7\alpha + 5 \text{ حيث } \alpha \text{ عدد طبيعي.}$	(3																								
0,5	0,5	$5^n + 2^n \equiv 0[7] \text{ تكافئ } 5^n + (-5)^n \equiv 0[7] \text{ يعني } n \text{ طبيعي فردي}$	(4																								
التمرين الثالث (05 نقاط)																											
0,75	0,25×3	$u_2 = \frac{66}{31} \text{ , } u_1 = \frac{6}{5}$ $u_{n+1} = 6 - \frac{24}{5 + u_n}$	(1																								
1,75	0,75+0,25	$0 \leq u_n < 3: \mathbb{N} \text{ من } n \text{ أجل كل } n$	(2																								
	0,75	$u_{n+1} - u_n > 0: \mathbb{N} \text{ من } n \text{ أجل كل } n$ $(u_n) \text{ متزايدة تماما. ومنه: } u_{n+1} - u_n > 0$																									

2	0,5×2	$v_n = -\frac{2}{3}\left(\frac{8}{3}\right)^n$ ، $v_{n+1} = \frac{8}{3} v_n$ (أ)	(3)										
	0,5×2	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{5}{v_n - 1}\right) = 3$ ، $u_n = 3 + \frac{5}{v_n - 1}$ (ب)											
0,5	0,5	$S_n = v_0 + 3 \times v_1 + 3^2 \times v_2 + \dots + 3^n \times v_n$ $= -\frac{2}{3}(8^0 + 8^1 + \dots + 8^n) = \frac{2}{21}(1 - 8^{n+1})$	(4)										
التمرين الرابع (07 نقاط)													
0,5	0,5	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td>+</td><td>$\emptyset$</td><td>-</td></tr> </table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	+	$\emptyset$	-	(I)		
x	$-\infty$	α	$+\infty$										
$g(x)$	+	$\emptyset$	-										
0,5	0,25×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	(1 (II)										
1,5	0,5	$f'(x) = -g(x) \times e^x$ ، x من أجل كل عدد حقيقي	(2)										
	0,25×2	(ب) f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$											
	0,5	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>$\emptyset$</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr> </table>		x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	$\emptyset$	+	$f(x)$	$+\infty$
x	$-\infty$	α	$+\infty$										
$f'(x)$	-	$\emptyset$	+										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$										
1,25	0,5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x)] = 0$ (أ)	(3)										
	0,75	(ب) لِمَا $x < -1$: (C_f) أسفل (Δ) ولِمَا $x > -1$: (C_f) أعلى (Δ) $(\Delta) \cap (C_f) = \{A(-1;1)\}$											
0,75	0,5+0,25	$f'(x) = -1$ تكافئ $x = -2$ ، $y = -x - \frac{1}{e^2}$ معادلة (T)	(4)										
1,5	0,25×2		(5)										
	0,5	رسم (Δ) و (T) رسم (C_f)											
	0,5	(ب) للمعادلة $f(x) = -x - e^m$ حلان مختلفان لِمَا $m \in]-\infty; -2[$											
1	0,5	(أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، نجد: $\int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$	(6)										
	0,5	(ب) $\int_{-1}^0 (f(x) + x) dx = \frac{1}{e}$ ومنه: $A = \frac{4}{e} \text{ cm}^2$											

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
العلامة	مجزأة											
التمرين الأول (04 نقاط)												
2	0,75×2 0,5	$P(B)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$ ، $P(A)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$ $P(C)=1-\frac{C_8^3}{C_{10}^3}=\frac{8}{15}$ أو $P(C)=\frac{C_2^1\times C_8^2+C_2^2\times C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{8}{15}$										
2	0,25×4 0,5	(أ) قانون احتمال X <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{20}{120}$</td><td>$\frac{60}{120}$</td><td>$\frac{36}{120}$</td><td>$\frac{4}{120}$</td></tr></table> $E(X)=\frac{6}{5}$: الأمل الرياضي: (2)	x_i	0	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$
x_i	0	1	2	3								
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$								
	0,5	(ب) $P(X^2 > e) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{1}{3}$										
ملاحظة: نقبل الإجابات في حالة إذا اعتبر التلميذ الحصول على ثلاث كريات تحمل الرقم 2 تعني عددا أوليا واحدا وأن الحصول على كرتين تحملان الرقم 2 وكرية تحمل الرقم 3 تعني عددين أوليين.												
التمرين الثاني (04 نقاط)												
1,5	0,5 1	(أ) $PGCD(3179;1156) = 289$ (ب) مجموعة حلول (E) هي: $\{(4k+3;11k+7), k \in \mathbb{Z}\}$ (1)										
1,25	0,5 0,75	(أ) d يقسم كلا من x ، y فهو يقسم $(11x-4y)$ أي : d يقسم 5 ومنه : القيم الممكنة للعدد d هي : 1 ، 5 (ب) بوضع: $x=5x'$ و $y=5y'$ مع $PGCD(x';y')=1$ نجد: (E) تكافئ $11x'-4y'=1$ أي: $(x',y')=(4k'+3;11k'+8), k' \in \mathbb{Z}$ وبالتالي: $(x,y)=(20k'+15;55k'+40), k' \in \mathbb{Z}$ (2)										
1,25	0,5 0,5 0,25	(أ) بوضع: $a=5a'$ و $b=5b'$ مع $PGCD(a';b')=1$ نجد: $ab=600$ تكافئ $a'b'=24$ أي: $(a',b') \in \{(1;24),(3;8),(8;3),(24;1)\}$ وبالتالي: $(a,b) \in \{(5;120),(15;40),(40;15),(120;5)\}$ (ب) الثنائية الوحيدة $(a;b)$ حل المعادلة (E) حيث: $ab=600$ هي $(15;40)$ (3)										

التمرين الثالث (05 نقاط)													
1,25	0,5 0,25 0,5	من أجل كل x من $[2; 3]$ ، $f'(x) = \frac{4}{(x+2)^2}$ ، ومنه: f متزايدة تماما على $[2; 3]$ وبالتالي: من أجل كل x من $[2; 3]$ ، $2 \leq f(x) \leq \frac{11}{5}$	(I)										
1	0,75 + 0,25	برهان بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 < u_n \leq 3$	(1(II)										
2,25	0,5	التحقق من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(1+u_n)(2-u_n)}{2+u_n}$ ، من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه : (u_n) متناقصة تماما.	(2)										
	0,25 + 0,5	(أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 2 - \frac{1}{4}(u_n - 2) = \frac{-(u_n - 2)^2}{4(u_n + 2)}$ ، ومنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$ ،	(3)										
	0,75 0,25	(ب) من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، لدينا: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$											
0,5	0,5	من (3) ب)، لدينا: $u_n \leq 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ إذن: $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq (2 + 2 + \dots + 2) + \left(1 + \frac{1}{4} + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$ أي: $u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 2(n+1) + \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$	(4)										
التمرين الرابع (07 نقاط)													
1	1	g مستمرة ومتزايدة تماما على $[-0,45; -0,44]$ و $g(-0,44) \times g(-0,45) < 0$ ومنه: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,45 < \alpha < -0,44$	(1(I)										
0,5	0,5	$g(x) < 0$ على $]-2; \alpha[$ و $g(x) > 0$ على $]\alpha; +\infty[$ و $g(\alpha) = 0$	(2)										
0,5	0,25 × 2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$	(1(II)										
1,5	0,75	(أ) من أجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$ ،	(2)										
	0,5	(ب) الدالة f متناقصة تماما على $]-2; \alpha[$ ومتزايدة تماما على $]\alpha; +\infty[$											
	0,25	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td><td>-2</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr> </table> جدول التغيرات:		x	-2	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$
x	-2	α	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$										

1,25	0,5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - h(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2} \right) = 0 \quad (أ)$ ومنه: (c_h) منحن مقارب لـ (c_f) عند $+\infty$	(3)
	0,75	ب) لدينا: $f(x) - h(x) = \frac{1 - \ln(x+2)}{x+2}$ ومنه: (c_f) أعلى (c_h) على $]-2; e-2[$ وأسفل (c_h) على $]e-2; +\infty[$ ويقطعه في النقطة $A(e-2; 0)$	
1,25	0,5	أ) الرسم. 	(4)
	0,75	ب) لَمَّا $m < f(\alpha)$ لا يوجد حلول. ولَمَّا $m = f(\alpha)$ للمعادلة حل واحد α ولَمَّا $m > f(\alpha)$ للمعادلة حلان مختلفان.	
1	0,5	$\int_{-1}^{e-2} \frac{\ln(x+2)}{x+2} dx = \left[\frac{1}{2} \ln^2(x+2) \right]_{-1}^{e-2} = \frac{1}{2}$	(5)
	0,5	$A = 4 \int_{-1}^{e-2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2} \right) dx$ $= 4 \left[\ln(x+2) \right]_{-1}^{e-2} - 4 \left[\frac{1}{2} \ln^2(x+2) \right]_{-1}^{e-2} = 2cm^2$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.