



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

- يحتوي كيس على 5 كريات تحمل الرقم 10 و 3 كريات تحمل الرقم 15 حيث الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.
- (1) نسحب من الكيس عشوائيا وفي آن واحد كريتين.
- أ- احسب احتمال الحصول على كريتين تحملان الرقم 10 .
- ب- احسب احتمال الحصول على كرية واحدة على الأقل تحمل الرقم 15.
- (2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي الكريتين المسحوبتين.
- أ- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .
- ب- احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .
- ج- احسب الاحتمال $p(X \geq 25)$.
- (3) نسحب الآن من الكيس ثلاث كريات على التوالي ودون إرجاع.
- أ- احسب احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم.
- ب- احسب احتمال الحصول على كرية واحدة تحمل الرقم 10.

التمرين الثاني: (04 نقط)

- لتكن المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 = -6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n - 1$.
- (1) احسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3 .
- (2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 3$ فإن: $u_n > 0$.
- ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 4$ فإن: $u_n > 2n - 3$.
- (3) عين نهاية المتتالية (u_n) .
- (4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n - 4n + 10$.
- أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2^{2-n} + 4n - 10$.
- ج- اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة مع التعليل:

(1) النقطة M صورة العدد المركب z حيث $z = \frac{2+4i}{2-i}$ تنتمي للدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2.

(2) حلول المعادلة $3^{2x} - 3^{x+1} + 2 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي: $\left\{0; \frac{\ln 2}{\ln 3}\right\}$.

$$(3) \ln(\sqrt{2}-1)^{2023} + \ln(\sqrt{2}+1)^{2023} = 1$$

(4) إذا كان (u_n) و (v_n) متتاليتين معرفتين من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n!} + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ و

$v_n = u_{2n}$ فإن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

(5) القيمة المتوسطة للدالة f على $[0;1]$ حيث $f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x+2}}$ هي 2.

التمرين الرابع: (07 نقط)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

(1) أ- احسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1 < \alpha < 1.5$ ، استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 + 1 - \ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ احسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ج- استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(3) بين أن $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$ ، استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(4) انشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(5) أ- جد الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto (1 - \ln x) \frac{1}{x}$ والتي تتعدم من أجل $x = e$.

ب- احسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها $x = 1$ ، $y = x$ و

$$S(\alpha) = \frac{\alpha^2(2 - \alpha^2)}{2} \text{ ثم تحقق أن } x = \alpha$$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$.

1) أ- ادرس اتجاه تغيرات الدالة f على $[1; +\infty[$.

ب- بين أنه إذا كان $x \geq 1$ فإن $f(x) \geq 1$.

2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$.

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) مقاربة، ثم عين نهايتها.

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln\left(\frac{u_n-1}{u_n}\right)$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها 2.

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقط)

يحتوي صندوق u_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء، ويحتوي صندوق آخر u_2 على 3 كريات حمراء و 2 كريتين سوداوين، حيث الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس. نختار عشوائيا صندوقا واحدا ونسحب منه كريتين في آن واحد. نعتبر الحوادث التالية: A "الكريتان المسحوبتان حمراوان"، B "الكريتان المسحوبتان سوداوان" و C "الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين".

1) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة للمعطيات.

2) احسب الاحتمالات $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$.

3) احسب احتمال الحصول على كريتين من الصندوق u_1 علما أنهما من لونين مختلفين.

4) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد السحب.

أ- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب- احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (05 نقط)

لتكن المعادلة ذات المجهول المركب z : $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z + 5 = 0 \dots (I)$.

1) أ- بين أنه إذا كان z حلا للمعادلة (I) فإن $\bar{z}$ حل لها.

ب- تحقق أن العدد المركب i حل للمعادلة (I)، ثم استنتج حلا آخر للمعادلة (I).

2) أ- عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z + 5 = (z^2 + 1)(z^2 + az + b)$.

ب- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة (I).

(3) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C و D صور الأعداد المركبة $Z_D=2+i$ و $Z_C=2-i$ ، $Z_B=-i$ ، $Z_A=i$ على الترتيب.
أ- علم النقط A, B, C و D .

ب- عين z_Ω لاحقة النقطة Ω مرجح الجملة $\{(A,2);(B,2);(C,2);(D,2)\}$.

ج- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}+\vec{MD}\|=4$.

(4) ليكن الدوران R الذي مركزه Ω ويحول النقطة A إلى النقطة B .

أ- عين θ قياس زاوية الدوران R .

ب- بين أن النقطة D هي صورة النقطة C بالدوران R .

التمرين الرابع: (07 نقط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=e^{-x}(x-1)+1$.

(1) أ- احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-2-xe^{-x}$. $f(x)$ تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y=x-2$.

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) .

(2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f من أجل كل عدد حقيقي x ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β حيث $-1.1 < \alpha < -1$ و $2.2 < \beta < 2.3$.

(4) أ- عين النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس (T) للمنحنى (C_f) موازيا لـ (Δ) ، اكتب معادلة (T) .

ب- احسب $f(-2)$ ، ثم انشئ المستقيم (Δ) ، المماس (T) و المنحنى (C_f) .

(5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $m+\frac{x}{e^x}=-2$.

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا