

## امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

المستوى: 3 ع ت

المدّة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين  
الموضوع الأول

النمرين الأول ( 04 نقاط ) :

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

(1)  $(U_n)$  متتالية معرفة بحدّها الأول  $U_0$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $U_{n+1} = 4 + \sqrt{U_n + 2}$  و  $4 \leq U_n \leq 7$  قيمة  $U_0$  حتى تكون المتتالية ثابتة هي :

أ ( 7 ) ب ( 2 ) ج ( 4 )

(2) المتتالية  $(V_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $V_n = \int_n^{n+1} e^{1-x} dx$  هي متتالية هندسية أساسها  $q$  يساوي :

أ (  $q = \frac{e-1}{e}$  ) ب (  $q = \frac{1}{e}$  ) ج (  $q = e-1$  )

(3) كيس به 7 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء

نسحب من الكيس ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع

احتمال سحب الكرة الثانية بيضاء و لأول مرة هو :

أ (  $\frac{2}{7}$  ) ب (  $\frac{6}{7}$  ) ج (  $\frac{9}{35}$  )

(4) حلول المعادلة  $3^{2x} - 3^{x+1} + 2 = 0$  في  $\mathbb{R}$  هي :

أ (  $S = \{1; 2\}$  ) ب (  $S = \left\{ \frac{1}{\ln 3}; \frac{\ln 2}{\ln 3} \right\}$  ) ج (  $S = \left\{ 0; \frac{\ln 2}{\ln 3} \right\}$  )

النمرين الثاني: (05 نقاط)

المتتالية العددية  $(U_n)$  معرفة بـ :  $U_0 = 4$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = \sqrt{5 + \frac{1}{2}U_n^2}$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_n > \sqrt{10}$

(2) بين أن المتتالية  $(U_n)$  متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

(3) المتتالية العددية  $(V_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $V_n = \alpha - U_n^2$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي

• عين قيمة  $\alpha$  التي من أجلها تكون المتتالية  $(V_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$

(4) نضع فيما يلي :  $\alpha = 10$

أ ( أكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج عبارة  $U_n$  بدلالة  $n$  ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  )

ب ( احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2$  )

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها كريتان تحملان الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 0 و خمس كريات تحمل الرقم 2

(1) نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الصندوق و نعتبر الحدثين  $A$  و  $B$  حيث :  
 $A$  " الكريات المسحوبة تحمل أرقاما مختلفة "  $B$  " الكريات المسحوبة تحمل أرقاما جداولها معدوما "

أ ( احسب  $P(A)$  و  $P(B)$  احتمال الحدثين  $A$  و  $B$  على الترتيب

ب ( بين أن  $P(A \cap B) = \frac{7}{10}$  ، هل الحدثان  $A$  و  $B$  مستقلان ؟ علل

ج ( علما أن جداء أرقام الكريات معدوما ، ما احتمال أن تكون مختلفة

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الارقام المتساوية المحصل عليها

أ ( برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي  $X$  هي :  $\{0; 2; 3\}$

ب ( عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضي  $E(X)$

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$

( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ ( احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ، ثم فسر النتيجة بيانيا

ب ( احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) أ ( بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{-1 - 2 \ln x}{x^3}$

ب ( استنتج إتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أ ( بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة يطلب تعيين احداثياتها

ب ( استنتج اشارة  $f(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

(4) أنشئ ( $C_f$ )

(5) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم نرمز بالعدد  $I_n$  لمساحة الحيز المحصور بين ( $C_f$ ) و حامل محور

الفواصل و المستقيمين اللذين معادتهما :  $x = \frac{1}{e}$  و  $x = n$

أ ( بين أن  $F: x \mapsto \frac{-2 - \ln x}{x}$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$

ب ( أحسب  $I_n$  بدلالة  $n$

ج ( احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

إتتهى الموضوع الاول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

يراد تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبه الأول و نائبه الثاني من بين 6 ذكور و 4 إناث

(1) بين أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : 720

(2) أحسب احتمال الأحداث الآتية

A " اللجنة من جنسين مختلفين " B " الرئيس ذكر و النائب الأول أنثى "

C " باللجنة أنثى على الأقل " D " اللجنة مشكلة من الذكور فقط "

(3) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة  $X = -\alpha y + 2z$  حيث ( $y$  عدد الاناث المتواجدات باللجنة و

$z$  عدد الذكور المتواجدون باللجنة )  $\alpha$  عدد حقيقي

أ ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  و عرف قانون احتماله

ب ) أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  للمتغير العشوائي  $X$  بدلالة  $\alpha$

ج ) عين قيمة العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى يكون:  $E(X) = -\frac{6}{5}$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

( $U_n$ ) المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $U_0 = \frac{3}{2}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = \frac{6U_n - 2}{U_n + 3}$

(1) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حيث :  $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n + 3}$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $\frac{3}{2} \leq U_n \leq 2$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية ( $U_n$ ) ، ثم استنتج أنها متقاربة

(4) أ ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq 2 - U_{n+1} \leq \frac{8}{9}(2 - U_n)$

ب ) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq 2 - U_n \leq \frac{1}{2} \left( \frac{8}{9} \right)^n$

ج ) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1)  $P(z)$  كثير حدود للمتغير المركب  $z$  حيث :  $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$

أ ) تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود  $P(z)$  .

ب ) جد العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث من أجل كل عدد مركب  $z$  :  $P(z) = (z - 6)(z^2 + \alpha z + \beta)$

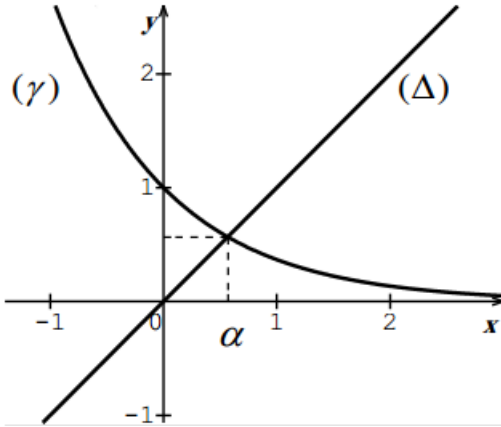
ج ) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  ، المعادلة  $P(z) = 0$

(2) المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ذات اللواحق :  $z_A = 6$  ،  $z_B = 3 + i\sqrt{3}$  ،  $z_C = 3 - i\sqrt{3}$  على الترتيب

- أ ( أكتب كلا من  $z_A$  ،  $z_B$  و  $z_C$  على الشكل الأسّي .
- ب ( أكتب العدد المركب  $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$  على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسّي .
- ج ( استنتج طبيعة المثلث  $ABC$
- 3 ( ليكن  $S$  التشابه المباشر الذي مركزه  $C$  نسبته  $\sqrt{3}$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$  .
- أ ( جد الكتابة المركبة للتشابه  $S$  .
- ب ( عين  $z_{A'}$  لاحقة النقطة  $A'$  صورة النقطة  $A$  بالتشابه  $S$  .
- ج ( بين أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $A'$  في استقامة .

### التمرين الرابع: (07 نقاط)



- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (I) ليكن  $(\gamma)$  التمثيل البياني للدالة  $x \mapsto e^{-x}$  و  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  ،  $\alpha$  هي فاصلة نقطة تقاطع  $(\gamma)$  و  $(\Delta)$
- (1) بقراءة بيانية حدد وضعية  $(\gamma)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$  على  $\mathbb{R}$
- (2)  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = e^{-x} - x$
- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$

(3) تحقق أن :  $0,56 < \alpha < 0,57$

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^3 + (3x+3)e^{-x}$

و  $(C_f)$  هو تمثيلها البياني

(1) أ ( احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب ( ادرس الوضعية النسبية بين المنحنى  $(C_f)$  و المنحنى  $(P)$  الممثل للدالة مكعب

ج ( احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^3]$  ، ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) أ ( بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = -3x g(x)$

ب ( استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أنشئ المنحنى البياني للدالة مكعب و المنحنى  $(C_f)$  ، تعطى  $f(\alpha) \approx 2,8$

(4) من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما  $\beta$  ، نرمز بـ  $S(\beta)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين

$(C_f)$  و  $(P)$  و المستقيمين ذا المعادلتين  $x = \beta$  و  $x = 0$

أ ( باستعمال الكاملة بالتجزئة أحسب  $S(\beta)$  ، ثم  $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} S(\beta)$

إنهى الموضوع الثاني