

التمرين الأول : 4 نقاط

نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E) : y' - 2y = xe^x$

(1) عين العددين a و b إذا علمت أن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x) = (ax + b)e^x$ هي حل للمعادلة (E)

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $(E') : y' - 2y = 0$

(3) بين أن الدالة v تكون حلا لـ (E') إذا وفقط إذا كانت الدالة $(u + v)$ المعرفة على $\mathbb{R}$

حلا للمعادلة التفاضلية (E)

(4) استنتج حلول المعادلة (E) .

(5) عين الحل للمعادلة (E) الذي ينعدم عند 0 .

التمرين الثاني : 7 نقاط

I نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{2}e$$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 2e$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

II (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{1}{u_n - 2e}$

(1) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وأحسب حدها الأول v_0 .

(2) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

(3) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \left(2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)e$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$

التمرين الثالث : 9 نقاط

f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة cm^2

(1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتائج هندسيا .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الترتيب 0 .

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

(5) أرسم (C_f) و (T) .

(6) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماماً m عدد حلول المعادلة : $f(x) = f(m)$

(7) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كإيلي : $h(x) = \frac{1+\ln|x|}{x}$ (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

- بين أن الدالة h فردية ، ثم أنشئ المنحنى (C_h) اعتماداً على المنحنى (C_f) .