



المدة: 03 ساعات

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06ن)

اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

السؤال	الاجابة 1	الاجابة 2	الاجابة 3
الدالة الاصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ بالشكل: $f(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$ والتي تنعدم من أجل $x=0$ هي	$F(x) = \frac{1}{x^2+1} - 1$	$F(x) = \frac{-1}{x^2+1} + 1$	$F(x) = \ln(x^2+1)$
العدد: $\ln\left(\frac{2e^3}{3}\right)$ يساوي ..	$3 - \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 3$	$3 + \ln 2 - \ln 3$	$3 + \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 3$
حل المعادلة $\ln(x+1) = 2$ في $\mathbb{R}$ هو:	$e^2 + 1$	$e^2 - 1$	$\ln 2 - 1$
القيمة المتوسطة للدالة $x \mapsto x^2$ على المجال $[1; 3]$	$\frac{26}{6}$	$\frac{26}{3}$	8
قيمة التكامل: $\int_0^1 (3x^2 + 2x + x) dx$ هي	5	3	$\frac{5}{3}$

التمرين الثاني (06ن):

(u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول u_0 ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

1. عين u_0 حتى تكون (u_n) ثابتة.

2. بفرض $u_0 = 7$

أ. أحسب الحدود: u_1 و u_2 .

ب. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 4$

ج. أثبت أن (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها (u_n) متقاربة.

3. لنعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 4$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول.

ب. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

4. أحسب بدلالة n ما يلي: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ و $T_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_{n-1}$

التمرين الثالث (08ن):

١. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 + 3x + 4$
١. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف.
 ٢. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 ٣. أحسب $g(-1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
٢. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{-x^3 + 2}{x^2 + 1}$
١. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 ٢. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{-xg(x)}{(x^2 + 1)^2}$.
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.
 ٣. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + \frac{x+2}{x^2 + 1}$.
ب- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب تعيين معادلته.
ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 ٤. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ) .
 ٥. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
 ٦. أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .
 ٧. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = m$.
 ٨. لتكن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $h(x) = f(|x|)$
أ- أثبت أن الدالة h زوجية.
ب- اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أنشئه.