



الفرض التجريبي الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (8 نقاط)

نعتبر $P(x)$ كثير الحدود للمتغير الحقيقي x و λ عدد حقيقي حيث: $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - x + \lambda$.

(I) - عين قيمة العدد الحقيقي λ حتى يكون -2 جذراً لـ $P(x)$.

(II) - فيما يلي نضع $\lambda = -6$.

(1) عين كثير الحدود $Q(x)$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x+2)Q(x)$.

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$.

(3) أدرس إشارة $P(x)$ حسب قيم x .

(4) استنتج في $\mathbb{R}$ حل المتراجحة: $2(x^3 - 3) \geq -5x^2 + x$.

(III) - لتكن المعادلة من الدرجة الثانية التالية: $3x^2 - 2x - 5 = 0 \dots (E)$

(1) برر أن المعادلة (E) تقبل حلين x_1 و x_2 مختلفين في الإشارة لا يطلب تعيينهما.

(2) بدون حساب قيمة x_1 و x_2 أحسب: $x_1^2 + x_2^2$.

التمرين الثاني: (12 نقطة)

لتكن f الدالة المعرفة على $[-1; +\infty[\cup]-\infty; -3]$ بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D : $f(x) = \sqrt{(x+2)^2 - 1}$.

(2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل محور تناظر معادلته: $x + 2 = 0$.

(3) لتكن g الدالة المعرفة على $[-1; +\infty[\cup]-\infty; -3]$ بـ: $g(x) = (x+2)^2 - 1$.

أ- فكك الدالة g إلى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما.

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة g على كل من المجالين $[-1; +\infty[$ و $] -\infty; -3]$.

ج- استنتج إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[-1; +\infty[$ و $] -\infty; -3]$.

(4) إليك في الوثيقة المرفقة جزء من (C_f) ، أكمل رسم المنحنى (C_f) على D (الرسم يكون على الوثيقة المرفقة).

(5) لتكن h الدالة المعرفة بـ: $h(x) = f(|x| - 2) + 1$. وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ- تأكد أن: $D_h =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$.

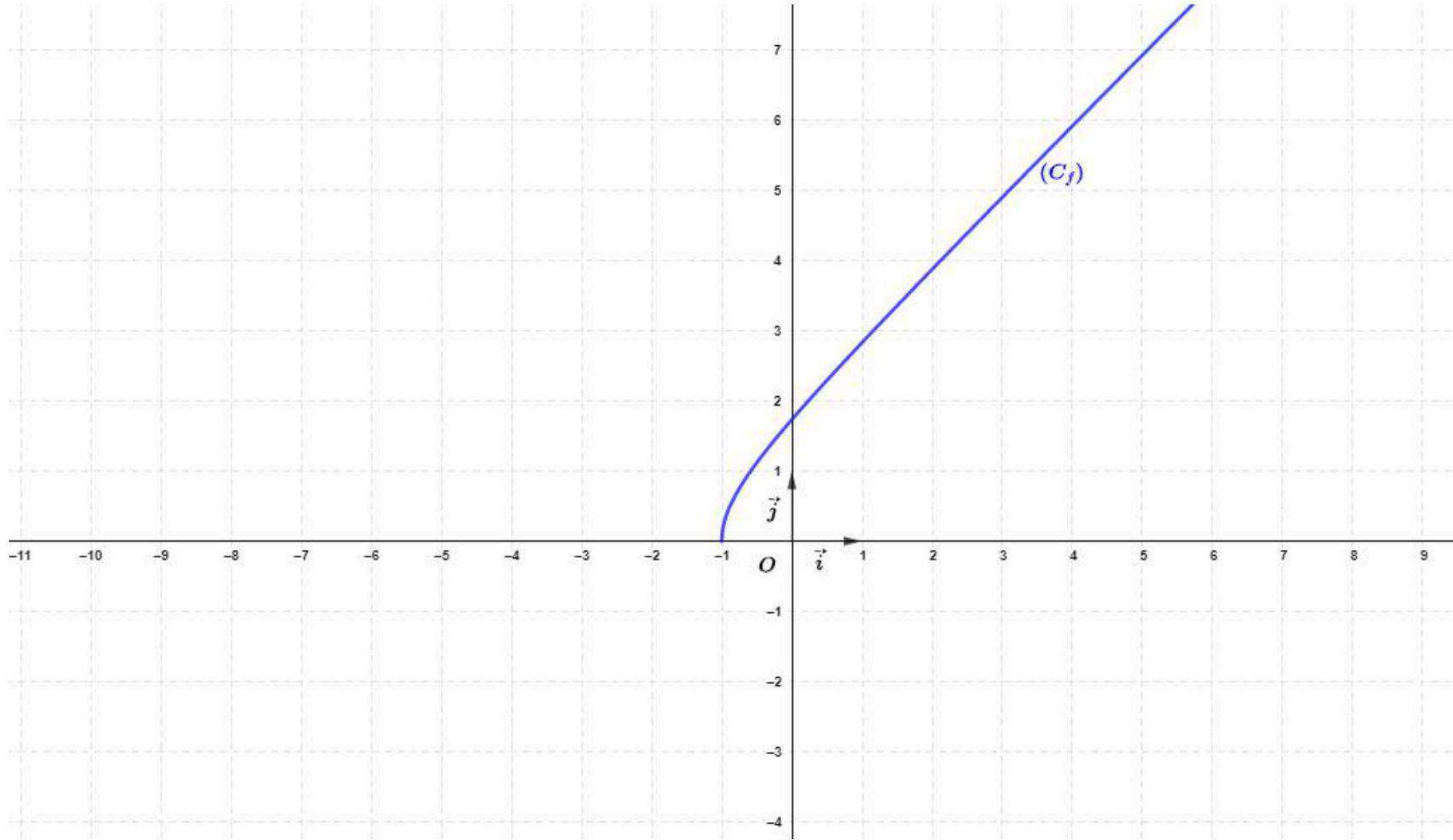
ب- بين أن h دالة زوجية.

ج- اشرح طريقة رسم (C_h) إنطلاقاً من (C_f) ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق (الرسم يكون على الوثيقة المرفقة).

..... القسم:

..... الاسم:

..... اللقب:



الوثيقة المرفقة تسلم مع ورقة الإجابة (لا تنسى كتابة الاسم واللقب).

تصحيح الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

(3) داسة إشارة $P(x)$ حسب قيم x :

x	$-\infty$	-2	$-\frac{3}{2}$	1	$+\infty$
$2x^2 + x - 3$		+	+	0	-
$x + 2$		-	0	+	+
$P(x)$		-	0	+	0

(4) استنتج في $\mathbb{R}$ حل المتراجحة: $2(x^3 - 3) \geq -5x^2 + x$

لدينا: $2(x^3 - 3) \geq -5x^2 + x$

يكافئ: $2(x^3 - 3) + 5x^2 - x \geq 0$

يكافئ: $2x^3 + 5x^2 - x - 6 \geq 0$

يكافئ: $P(x) \geq 0$

ومنه: $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right] \cup [1; +\infty[$

(III) - لتكن المعادلة من الدرجة الثانية التالية: (E) $3x^2 - 2x - 5 = 0$

(1) تبرر أن المعادلة (E) تقبل حلين x_1 و x_2 مختلفين في الإشارة لا يطلب تعيينهما:

لدينا: $\frac{c}{a} = \frac{-5}{3}$ بما أن $\frac{c}{a} < 0$ فإن المعادلة (E) تقبل حلين x_1 و x_2 مختلفين في الإشارة.

(2) بدون حساب قيمة x_1 و x_2 نحسب $x_1^2 + x_2^2$:

نعلم أن: $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$

ومنه: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

ومن جهة أخرى نعلم أن: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$

و $P = x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{3}$

إذن: $x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{-5}{3}\right)$

وعليه: $x_1^2 + x_2^2 = \frac{34}{9}$

التحريين الثاني: (12 نقطة)

لتكن f الدالة المعرفة على $D =]-\infty; -3] \cup [-1; +\infty[$ بـ:

$f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D :

$$f(x) = \sqrt{(x+2)^2 - 1}$$

من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا:

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+2)^2 - 1} &= \sqrt{x^2 + 4x + 4 - 1} \\ &= \sqrt{x^2 + 4x + 3} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

التحريين الأول: (08 نقاط)

نعتبر $P(x)$ كثير الحدود للتغير الحقيقي x و λ عدد حقيقي

حيث: $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - x + \lambda$

(I) - تعين قيمة العدد الحقيقي λ حتى يكون -2 جذراً لـ $P(x)$:

-2 جذراً لـ $P(x)$ معناه: $P(-2) = 0$

$$\text{أي: } 2(-2)^3 + 5(-2)^2 - (-2) + \lambda = 0$$

ومنه: $-16 + 22 + \lambda = 0$

إذن: $\lambda = -6$

(II) - فيما يلي نضع $\lambda = -6$ يصبح لدينا: $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 6$

(1) تعين كثير الحدود $Q(x)$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي x :

$$P(x) = (x+2)Q(x)$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 + 5x^2 - x - 6 & x+2 \\ \underline{-2x^3 - 4x^2} & \\ x^2 - x - 6 & \\ \underline{-x^2 - 2x} & \\ -3x - 6 & \\ \underline{3x + 6} & \\ 0 & \end{array}$$

ومنه: $P(x) = (x+2)(2x^2 + x - 3)$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

لدينا: $P(x) = 0$ معناه: $(x+2)(2x^2 + x - 3) = 0$

$$\begin{cases} x+2=0 \\ \text{أو} \\ 2x^2+x-3=0 \end{cases} \text{ أي:}$$

لدينا: $x+2=0$ أي: $x=-2$ ومنه: $S_1 = \{-2\}$

ولدينا: $2x^2 + x - 3 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 \text{ و}$$

بما أن $\Delta > 0$ فإن المعادلة تقبل حلين متميزين

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 1 \end{cases} \text{ هما:}$$

ومنه: $S_2 = \left\{-\frac{3}{2}; 1\right\}$

إذن حلول المعادلة $P(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ هي:

$$S = S_1 \cup S_2 = \left\{-2; -\frac{3}{2}; 1\right\}$$

ب- تبين أن h دالة زوجية:

◀ لدينا D_h متناظرة بالنسبة إلى الصفر.

◀ من أجل كل $x \in D_h$ و $-x \in D_h$ لدينا:

$$h(-x) = f(|-x| - 2) + 1 = f(|x| - 2) + 1 = h(x)$$

ومنه الدالة h زوجية.

ج- شرح طريقة رسم (C_h) إنطلاقاً من (C_f) :

$$h(x) = \begin{cases} f(x-2) + 1; & x \geq 0 \\ f(-x-2) + 1; & x \leq 0 \end{cases}$$

لما $x \geq 0$ يكون (C_h) صورة (C_f) بانسحاب شعاعه

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

لما $x \leq 0$ يكون (C_h) متناظر بالنسبة إلى محور الترتيب

لأنها دالة زوجية.

رسم (C_h) في نفس المعلم السابق (الرسم على الوثيقة المرفقة).

