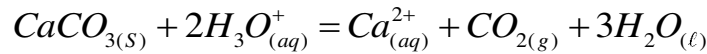


التمرين الأول (07 نقاط)

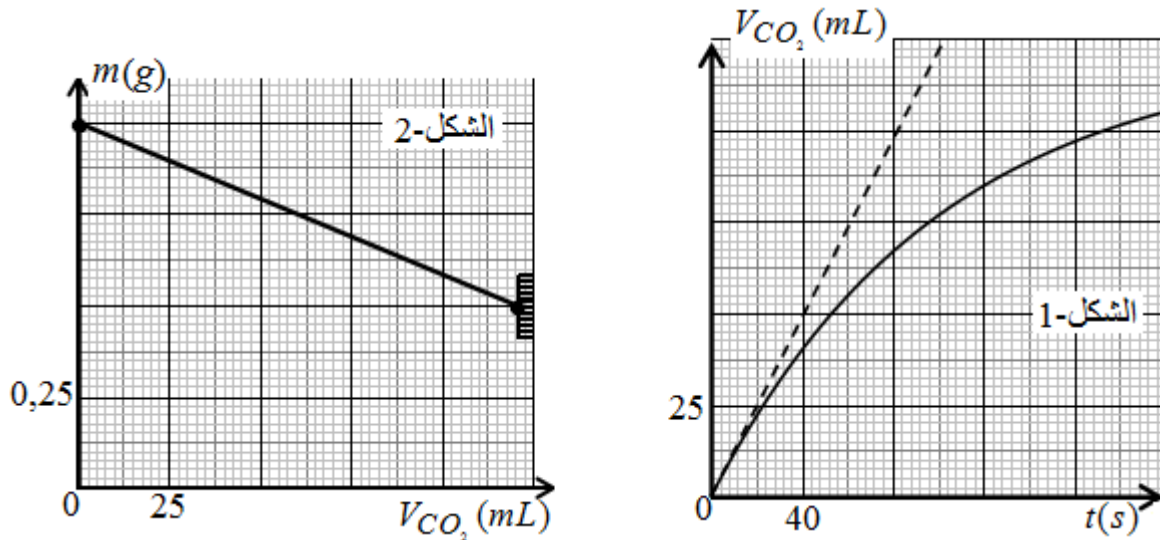
الرواسب المتشكلة داخل المسخن المائي (chauffe-eau)، تتكون أساسا من كربونات الكالسيوم $CaCO_{3(s)}$ ، التي يتم التخلص منها باستعمال روح الملح (esprit de sel) الذي هو أساسا محلول مائي لحمض كلور الماء $(H_3O^+_{(aq)}, Cl^-_{(aq)})$. يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركية التحول الكيميائي التام الحادث بين شوارد الهيدرونيوم $H_3O^+_{(aq)}$ و كربونات الكالسيوم.

نضع في دورق زجاجي كتلة m_0 من مسحوق كربونات الكالسيوم النقية و عند اللحظة $t=0$ نضيف لها حجما $V=100mL$ من محلول حمض كلور الماء $H_3O^+_{(aq)}$ تركيزه المولي C_0 . نمذج التحول الحادث بمعادلة التفاعل الكيميائي التالية:



المتابعة الزمنية للتحول الكيميائي الحادث، سمحت برسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات V_{CO_2} حجم ثنائي أكسيد الكربون المتشكل بدلالة الزمن (الشكل-1)، وتغيرات كتلة كربونات الكالسيوم m بدلالة V_{CO_2} حجم ثنائي أكسيد الكربون المتشكل (الشكل-2).

المعطيات: - الكتلة المولية الجزيئية لكربونات الكالسيوم: $M = 100 g.mol^{-1}$



- 1- انجز رسم تخطيطي للتركيب التجريبي المستعمل لإجراء هذه المتابعة الزمنية للتحول الكيميائي الحادث.
- 2- التحول الحادث بطيء أم سريع ؟ علل.
- 3-1- أنشئ جدول تقدم التفاعل .
- 3-2- اعتمادا على جدول تقدم التفاعل بين أن كتلة كربونات الكالسيوم m المتبقية خلال التحول الكيميائي تعطى بالعلاقة :

$$m = -\frac{M}{V_M} V_{CO_2} + m_0$$

3-3- اعتمادا على البيان في الشكل-2 حدد:

3-3-1- قيمة الكتلة الابتدائية m_0 .

3-3-2- الحجم المولي V_M في شروط التجربة.

3-3-3- قيمة $V_f(CO_2)$ حجم ثنائي أكسيد الكربون المتشكل في نهاية التفاعل.

3-3-4- استنتج قيمة التقدم الأعظمي x_{max} .

3-3-5- حدد المتفاعل المحد ثم استنتج قيمة C_0 التركيز المولي لمحلول حمض كلور الماء المستعمل.

4-1- عرف السرعة الحجمية للتفاعل v_{vol} ثم بين أنها عبارتها تعطى بالعلاقة : $v_{vol}(t) = \frac{1}{V \cdot V_M} \cdot \frac{dV_{CO_2}(t)}{dt}$

4-2- حدد قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=0$.

4-3- استنتج قيمة السرعة الحجمية لاختفاء شوارد الهيدرونيوم عند نفس اللحظة $t=0$.

5- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدد قيمته بيانيا.

6- نعيد نفس التجربة مع استعمال كتلة كربونات الكالسيوم $m_1 = 2m_0$ ، بين أثر العامل الحركي على:

تقدم التفاعل الأعظمي x_{max} - السرعة الحجمية للتفاعل عند $t=0$ - حجم الغاز $V_f(CO_2)$ عند نهاية التفاعل.

التمرين الثاني (07 نقاط)

يدور قمر إصطناعي (S) كتلته m حول الأرض على إرتفاع h من سطحها وفق مدار دائري مركزه مركز الأرض بالسرعة المدارية v ويخضع فقط لقوة جذب الأرض له $\vec{F}_{T/S}$.

نعتبر أن الأرض كروية الشكل نصف قطرها R_T و كتلتها M_T .

1- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الإصطناعي (S) حول الأرض ؟

1-2- انقل الشكل-3 على ورقة إجابتك ومثل عليه شعاع السرعة المدارية $\vec{v}$

وشعاع قوة جذب الأرض $\vec{F}_{T/S}$.

2-2- اكتب العبارة الشعاعية للقوة $\vec{F}_{T/S}$ بدلالة : h ، R_T ، M_T ، m ، G

وشعاع وحدة ناظمي $\vec{n}$.

حيث G هو ثابت الجذب العام $G = 6,67 \times 10^{-11} SI$

3-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة (S) بين أن حركة القمر الإصطناعي (S) دائرية منتظمة.

4-2- استنتج عبارة السرعة المدارية v بدلالة G ، M_T ، R_T و h .

4-3- أذكر نص القانون الثالث لكبلر ثم بين أن : $\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$ حيث T دور القمر الإصطناعي (S).

4- يعطى تسارع الجاذبية الأرضية g على إرتفاع h من سطح الأرض بالعلاقة : $g = \frac{G \cdot M_T}{(R_T+h)^2}$

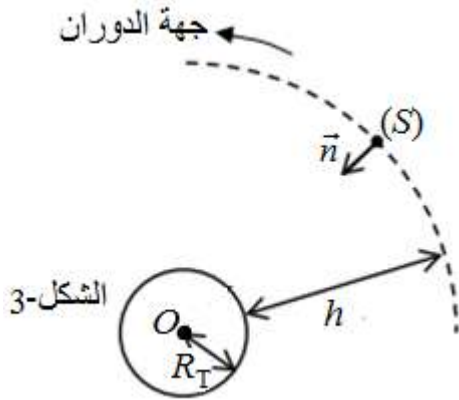
4-1- أثبت أن : $\frac{1}{\sqrt{g}} = A \cdot h + B$ ، حيث A و B مقدارين ثابتين يطلب تعيين عبارتهما.

4-2- البيان في الشكل-4 يعطي تغيرات $\frac{1}{\sqrt{g}}$ بدلالة الارتفاع h .

باستغلال البيان :

- جد كتلة الأرض M_T و نصف قطرها R_T .

- قيمة تسارع الجاذبية g_0 على سطح الأرض ($h=0$)



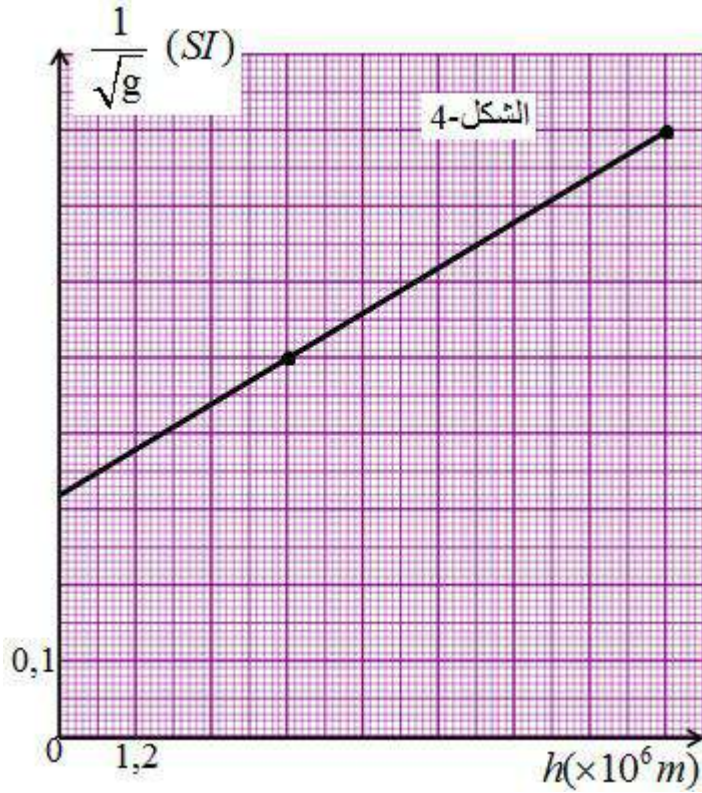
5- يدور قمر إصطناعي (S') في إتجاه دوران الأرض حول محورها عند مستوى خط الإستواء في مدار دائري فيه تسارع

الجاذبية الأرضية $g=0,224 m.s^{-2}$.

1-5- جد الارتفاع h للقمر (S') عن سطح الأرض

و سرعته v .

2-5- هل القمر (S') جيومستقر ؟ علل.



التمرين الثالث (06 نقاط)

يعطى تسارع الجاذبية الأرضية : $g=9,8 m.s^{-2}$

خلال حصة الأعمال المخبرية ، تمت دراسة حركة السقوط الشاقولي لكرة كتلتها $m=2,65 g$ و حجمها V .

تسقط الكرة دون سرعة ابتدائية عند $t=0$ في الهواء كتلته الحجمية $\rho_a = 1,3 kg.m^{-3}$ وفق محور شاقولي Oz .

معالجة شريط الفيديو لسقوط هذه الكرة ببرمجية علام ألي مكنت من الحصول على البيان في الشكل-5

تخضع الكرة أثناء سقوطها إضافة إلى قوة ثقلها $\vec{P}$ و دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ إلى قوة إحتكاك $\vec{f}$ معاكسة لإتجاه الحركة و شدتها $f=k.v$ حيث k ثابت الإحتكاك و v سرعة مركز عطالة الكرة .

1-1- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة الكرة ؟

2-1- ما هي الفرضية التي أن يحققها هذا المرجع حتى يكون

صالحا للدراسة و متى تتحقق هذه الفرضية ؟

2- بإستغلال البيان جد :

1-2- قيمة السرعة الحدية v_{lim} .

2-2- قيمة τ الزمن للمميز للحركة .

3-2- إستنتج قيمة التسارع الابتدائي a_0 ثم بين أنه لا يمكن إهمال

دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ أمام الثقل $\vec{P}$.

1-3- مثل القوى المطبقة على مركز عطالة الكرة عند $t=0$ و

عند لحظة t .

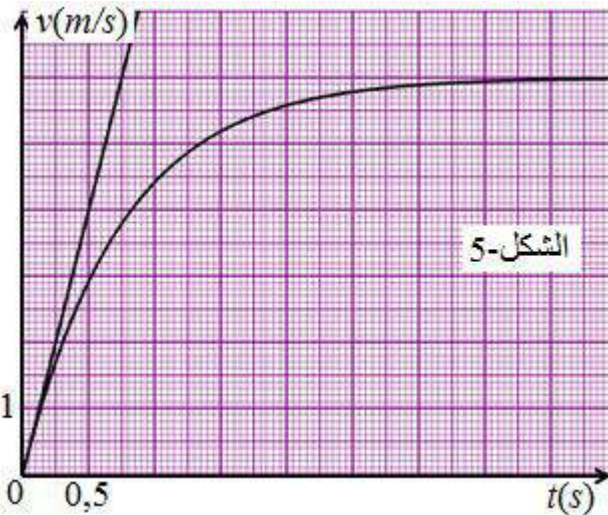
2-3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، جد المعادلة التفاضلية للسرعة

وضعها على الشكل : $\frac{dv}{dt} + Av = B$

3-3- بإستغلال المعادلة التفاضلية جد:

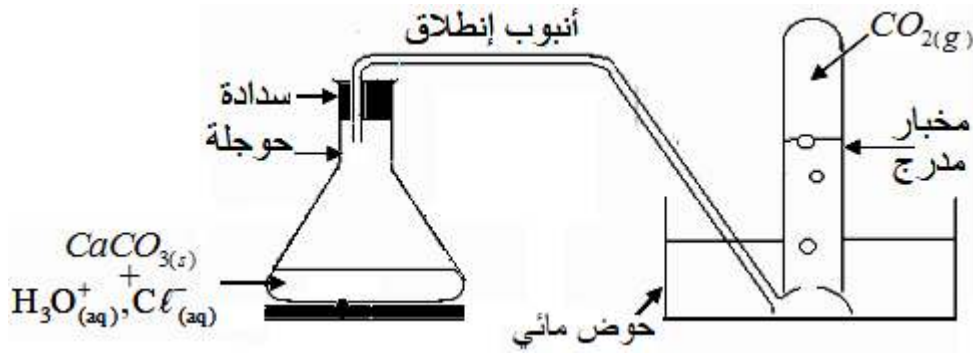
1-3-3- عبارة التسارع الابتدائي a_0 بدلالة g ، m ، ρ_a و V ثم أحسب قيمة V حجم الكرة.

2-3-3- أعط عبارة v_{lim} ثم أحسب قيمة ثابت الإحتكاك k محددًا وحدته في الجملة الدولية بالتحليل البعدي.



التمرين الأول (07 نقاط)

1- رسم تخطيطي للتركيب التجريبي المستعمل



2- التحول الحادث بطيء لأن مدة استغراقه أكثر من ثانية (1s).

3-1 جدول تقدم التفاعل .

المعادلة	$CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Ca^{2+}_{(aq)} + CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$				
$t=0$	$\frac{m_0}{M}$	C_0V	0	0	بوفرة
t	$\frac{m_0}{M} - x$	$C_0V - 2x$	x	x	
t_f	$\frac{m_0}{M} - x_{\max}$	$C_0V - 2x_{\max}$	$x_{\max}$	$x_{\max}$	

3-2 إثبات العلاقة :

من جدول التقدم نجد : $n = \frac{m}{M} = \frac{m_0}{M} - x$ ← $m = -M \cdot x + m_0$ (1)

(2) $n(CO_2) = \frac{V_{CO_2}}{V_M} = x$

نعوض (2) في (1) نجد : $m = -M \cdot \frac{V_{CO_2}}{V_M} + m_0$ ← $m = -\frac{M}{V_M} V_{CO_2} + m_0$ (3)

3-3 قيمتي V_M و m_0 :

البيان في الشكل-2 قطعة مستقيمة معادلتها : $m = a \cdot V_{CO_2} + b$ (4)

حيث a معامل توجيه المستقيم : $a = \frac{\Delta m}{\Delta V_{CO_2}} = \frac{1 - 0,5}{0 - 4,8 \times 25 \times 10^{-3}} \approx -4,17 g \cdot L^{-1}$

$b = 4 \times 0,25 = 1g$

بمطابقة (3) و (4) نجد : $-\frac{M}{V_M} = a \rightarrow V_M = -\frac{M}{a} = -\frac{100}{-4,17} = 24 L \cdot mol^{-1}$

$m_0 = b = 1g$ و $V_M = 24 L \cdot mol^{-1}$

3-3-3 قيمة $V_f(CO_2)$: $V_f(CO_2) = 4,8 \times 25 \times 10^{-3} = 0,12L$

$V_f(CO_2) = 0,12L = 120mL$

4-3-3 قيمة التقدم الأعظمي $x_{\max}$: $x_{\max} = \frac{V_f(CO_2)}{V_M} = \frac{0,12}{24} = 5 \times 10^{-3} mol$

$x_{\max} = 5 \times 10^{-3} mol$

3-3-5- المتفاعل المحد :

بما أن $m_f(CaCO_3) = 0,5g \neq 0$ و التفاعل تام فإن H_3O^+ هو المتفاعل المحد.

$$C_0 V - 2x_{\max} = 0 \rightarrow C_0 = \frac{2x_{\max}}{V} = \frac{2 \times 5 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-3}} = 0,1 \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{استنتاج قيمة } C_0 :$$

$$\boxed{C_0 = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}}$$

1-4- عرف السرعة الحجمية للتفاعل v_{vol} :

هي مقدار تغير تقدم التفاعل خلال وحدة من الزمن في وحدة من حجم المزيج المتفاعل عيارتها : $v_{vol}(t) = \frac{1}{V} \frac{dx(t)}{dt}$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{V_M} \cdot \frac{dV_{CO_2}(t)}{dt} \quad \text{نشتق العلاقة (2) بالنسبة للزمن :$$

$$\frac{1}{V} \frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{V \cdot V_M} \cdot \frac{dV_{CO_2}(t)}{dt} \quad \text{و منه :$$

$$\boxed{v_{vol}(t) = \frac{1}{V \cdot V_M} \cdot \frac{dV_{CO_2}(t)}{dt}} \quad \text{إذن :$$

حيث $\frac{dV_{CO_2}(t)}{dt}$ هو ميل المماس عند اللحظة t على المنحنى البياني $V_{CO_2} = f(t)$

2-4- قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=0$.

$$v_{vol}(0) = \frac{1}{100 \times 10^{-3} \times 24} \times \left(\frac{50 \times 10^{-3} - 0}{40 - 0} \right) = 0,52 \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\boxed{v_{vol}(0) = 0,52 \text{ mmol.s}^{-1} \cdot \text{L}^{-1}}$$

3-4- استنتاج قيمة السرعة الحجمية لاختفاء شوارد الهيدرونيوم عند نفس اللحظة $t=0$.

$$v_{vol(H_3O^+)}(0) = 2v_{vol}(0) = 2 \times 0,52 = 1,04$$

$$\boxed{v_{vol(H_3O^+)}(0) = 1,04 \text{ mmol.s}^{-1} \cdot \text{L}^{-1}}$$

5- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو الزمن اللازم حتى يبلغ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية.

- قيمة $t_{1/2}$:

$$\boxed{V_{CO_2}(t_{1/2}) = V_M \cdot \frac{x_f}{2}} \quad \leftarrow \quad \frac{V_{CO_2}(t_{1/2})}{V_M} = x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} \quad \text{من العلاقة (2) نجد :}$$

$$V_{CO_2}(t_{1/2}) = 24 \times \frac{5 \times 10^{-3}}{2} = 60 \times 10^{-3} \text{ L} = 60 \text{ mL} \quad \text{التفاعل تام } x_f = x_{\max} :$$

$$V_{CO_2}(t_{1/2}) = \frac{V_f(CO_2)}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ mL} \quad \text{أو :}$$

$$\boxed{t_{1/2} = 68 \text{ s}} \quad \text{بالإسقاط على البيان في الشكل-1 نجد :}$$

6- بما أن زدنا في كتلة المتفاعل بزيادة (كربونات الكالسيوم) فيبقى المتفاعل المحد نفسه H_3O^+ و بالتالي :

$$x_{\max} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{يبقى التقدم الأعظمي } x_{\max} \text{ نفسه :}$$

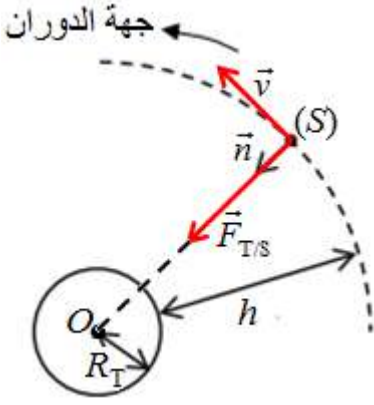
$$V_f(CO_2) = 0,12 \text{ L} \quad \text{يبقى } V_f(CO_2) \text{ نفسه :}$$

زيادة التركيز المولي الابتدائي لمتفاعل أو زيادة كتلة متفاعل يسبب زيادة في السرعة الحجمية للتفاعل عند $t=0$.

التمرين الثاني (07 نقاط)

1- المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الإصطناعي (S) حول الأرض : المرجع الجيومركزي.

1-2- التمثيل



2-2- العبارة الشعاعية للقوة $\vec{F}_{T/S}$: $\vec{F}_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \vec{n}$

3-2- إثبات أن حركة القمر الإصطناعي (S) دائرية منتظمة :
نطبق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة (S) في المرجع الجيومركزي.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}$$

$$G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \vec{n} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \vec{n}}$$

← شعاع التسارع $\vec{a}$ و شعاع الوحدة الناظمي $\vec{n}$ لهما نفس الحامل و الإتجاه .
 $\|\vec{a}\| = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = C^{\text{st}} > 0$

إذن الشعاع $\vec{a}$ هو شعاع تسارع ناظمي : $\vec{a} = \vec{a}_n$

و منه حركة القمر الإصطناعي (S) حول الأرض دائرية منتظمة.

4-2- عبارة السرعة المدارية v : $a = a_n \rightarrow \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{R_T + h}$

$$v^2 = \frac{G \cdot M_T}{R_T + h} \rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}}$$

4-3- أذكر نص القانون الثالث لكبلر :

يتناسب طردا مربع الدور T مع مكعب البعد بين مركزي الأرض و القمر الإصطناعي (S).

إثبات أن : $\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^2}{v^2} = 4\pi^2(R_T + h)^2 \cdot \frac{R_T + h}{G \cdot M_T}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^3}{G \cdot M_T} \rightarrow \boxed{\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}}$$

1-4- أثبات العلاقة : $g = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} \rightarrow \sqrt{g} = \frac{\sqrt{G \cdot M_T}}{R_T + h}$

$$\frac{1}{\sqrt{g}} = \frac{R_T + h}{\sqrt{G \cdot M_T}} \rightarrow \boxed{\frac{1}{\sqrt{g}} = \frac{1}{\sqrt{G \cdot M_T}} h + \frac{R_T}{\sqrt{G \cdot M_T}}}$$

ومنه : $B = \frac{R_T}{\sqrt{G \cdot M_T}}$ و $A = \frac{1}{\sqrt{G \cdot M_T}}$

2-4- البيان في الشكل-4 هو قطعة مستقيمة معادلتها : $\frac{1}{\sqrt{g}} = A \cdot h + B$

حيث A معامل توجيه القطعة المستقيمة : $A = \frac{0,8 - 0,5}{(9,6 - 3,6) \times 10^6} = 5 \times 10^{-8} \text{ (SI)}$

و : $B = 0,32 \text{ (SI)}$

- كتلة الأرض M_T : $A = \frac{I}{\sqrt{G.M_T}} \rightarrow A^2 = \frac{1}{G.M_T}$

$$M_T = \frac{1}{G.A^2} = \frac{1}{6,67 \times 10^{-11} \times (5 \times 10^{-8})^2} = 6 \times 10^{24}$$

$$\boxed{M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}}$$

نصف قطر الأرض R_T : $B = \frac{R_T}{\sqrt{G.M_T}} = A.R_T \rightarrow R_T = \frac{B}{A} = \frac{0,32}{5 \times 10^{-8}} = 6,4 \times 10^6$

$$\boxed{R_T = 6,4 \times 10^6 \text{ m} = 6400 \text{ km}}$$

- قيمة تسارع الجاذبية g_0 على سطح الأرض ($h=0$) : $\frac{1}{\sqrt{g_0}} = B \rightarrow \frac{1}{g_0} = B^2$

$$\frac{1}{g_0} = B^2 \rightarrow g_0 = \frac{1}{B^2} = \frac{1}{0,32^2} \approx 9,8$$

$$\boxed{g_0 \approx 9,8 \text{ m.s}^{-2}}$$

1-5- قيمة الارتفاع h للقمر (S') عن سطح الأرض:

$$\frac{1}{\sqrt{g}} = A.h + B \rightarrow A.h = \frac{1}{\sqrt{g}} - B = \frac{1}{\sqrt{0,224}} - 0,32 = 1,79$$

$$A.h = 1,79 \rightarrow h = \frac{1,79}{A} = \frac{1,79}{5 \times 10^{-8}} = 3,58 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\boxed{h = 3,58 \times 10^7 \text{ m} = 35800 \text{ km}}$$

سرته v : $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6,4 \times 10^6 + 3,58 \times 10^7}} = 3,08 \times 10^3$

$$\boxed{v = 3,08 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}}$$

2-5- دور القمر (S') :

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = T = \frac{6,28 \times (6,4 \times 10^6 + 3,58 \times 10^7)}{3,08 \times 10^3} = 8,6 \times 10^4 \text{ s}$$

$$\boxed{T = \frac{8,6 \times 10^4}{3600} = 23,9 \text{ h} \approx 24 \text{ h}}$$

نعم القمر (S') جيومستقر لأن يدور في اتجاه دوران الأرض حول محورها عند مستوى خط الإستواء و دوره يساوي دور الأرض حول محورها.

التمرين الثالث (06 نقاط)

1-1- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة الكرية : هو المرجع السطحي الأرضي.

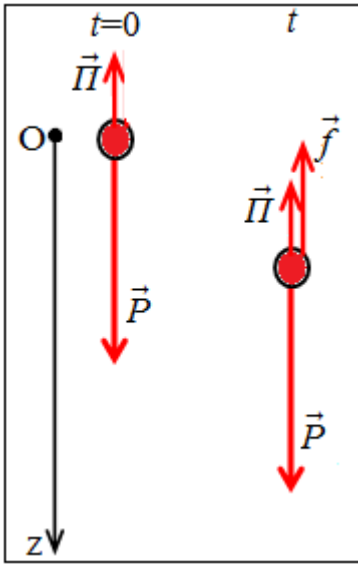
2-1- الفرضية التي أن يحققها هذا المرجع حتى يكون صالحا للدراسة : أن يكون غاليليا.

تتحقق هذه الفرضية عندما تكون مدة دراسة الحركة قصيرة جدا أمام مدة دوران الأرض حول نفسها.

1-2- قيمة السرعة الحدية v_{lim} : $\boxed{v_{\text{lim}} = 6 \text{ m.s}^{-1}}$

2-2- قيمة τ الزمن للميز للحركة : $\boxed{\tau = 0,75 \text{ s}}$

3-2- قيمة التسارع الابتدائي a_0 : $a_0 = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=0} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau} = \frac{6}{0,75} = 8$ ؛ ومنه $\boxed{a_0 = 8 \text{ m.s}^{-2}}$



$a_0 < g \leftarrow$ لا يمكن إهمال دافعة أرخميدس $\vec{II}$ أمام الثقل $\vec{P}$.

1-3- تمثيل القوى المطبقة على مركز عطالة الكرة عند $t=0$ و عند لحظة t .

2-3- المعادلة التفاضلية للسرعة :

نطبق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرة في المرجع المرجع السطحي

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{II} + \vec{f} = m \cdot \vec{a} \quad \text{الأرضي :}$$

بالإسقاط على محور الحركة Oz : $P - II - f = m \cdot a_z = m \cdot a$

$$mg - \rho_a \cdot V \cdot g - k \cdot v = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_a V}{m} \right) - \frac{k}{m} v \rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_a V}{m} \right)}$$

1-3-3- عبارة التسارع الابتدائي a_0 :

$$\left(\frac{dv}{dt} \right)_0 = a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_a V}{m} \right) \quad \text{بما أن } v=0 \text{ عند } t=0 \text{ فإن :}$$

$$a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_a V}{m} \right) \rightarrow 1 - \frac{\rho_a V}{m} = \frac{a_0}{g} \quad \text{حساب قيمة } V \text{ حجم الكرة :}$$

$$1 - \frac{\rho_a V}{m} = \frac{a_0}{g} \rightarrow \frac{\rho_a V}{m} = 1 - \frac{a_0}{g} = \frac{g - a_0}{g}$$

$$V = \frac{m(g - a_0)}{g \cdot \rho_a} = \frac{2,65 \times 10^{-3} (9,8 - 8)}{9,8 \times 1,3} = 3,74 \times 10^{-4}$$

$$\boxed{V = 3,74 \times 10^{-4} m^3}$$

2-3-3- عبارة v_{lim} :

$$\frac{k}{m} v_{lim} = a_0 \rightarrow \boxed{v_{lim} = \frac{m \cdot a_0}{k}} \quad \text{في النظام الدائم } v = v_{lim} \text{ و } \frac{dv}{dt} = 0 \text{ ، نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :}$$

$$v_{lim} = \frac{m \cdot a_0}{k} \rightarrow k = \frac{m \cdot a_0}{v_{lim}} = \frac{2,65 \times 10^{-3} \times 8}{6} = 3,53 \times 10^{-3} \quad \text{حساب قيمة ثابت الإحتكاك } k :$$

$$k = \frac{f}{v} \rightarrow [k] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{[P]}{[v]} = \frac{[m \cdot g]}{[v]} \quad \text{وحدة ثابت الإحتكاك } k \text{ في الجملة الدولية بالتحليل البعدي :}$$

$$[k] = \frac{[M][L][T]^{-2}}{[L][T]^{-1}} = [M][T]^{-1}$$

وحدة ثابت الإحتكاك k في الجملة الدولية هي $kg \cdot s^{-1}$ ؛

$$\boxed{k = 3,53 \times 10^{-3} kg \cdot s^{-1}} \quad \text{و منه :}$$