

التمرين الأول

$$\begin{cases} V_1 \times V_3 = 400 \\ V_6 = 320 \end{cases} \quad \text{ب } N \quad \text{ملتيقة هندسية حدودها موجبة تماما معرفة على } N$$

1- أحسب V_2 .

2- أحسب الأساس q ثم استنتج الحد الأول V_0 .

3- أوجد عبارة الحد العام V_n بدلالة n .

4- عين رتبة الحد الذي قيمته 1280 مع العلم أن: $2^8 = 256$

5- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$

6- عين قيمة n حتى يكون $S_n = 10235$ مع العلم أن: $2^{11} = 2048$

التمرين الثاني:

(U_n) متتالية هندسية معرفة على N بحيث: $U_1 = 4$; $U_4 = 32$.

1- عين الأساس q .

2- أحسب الحد الأول U_0 .

3- أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n .

4- (أ) أحسب المجموع: $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

(ب) - استنتج المجموع: $S_{2026} = U_0 + U_1 + \dots + U_{2026}$

التمرين الثالث:

(V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حدها الأول V_1 وأساسها q حيث: $V_2 = 8$ و $\frac{V_3}{V_1} = 4$

1- (أ) - بين أن: $V_1 \times V_3 = 64$

(ب) - عين الحد الأول V_1 ثم استنتج الأساس q

(U_n) متتالية عددية معرفة على N^* حيث: $U_n = V_n - 2$

2- أحسب U_1 ; U_2 .

3- أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

4- (أ) - أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

(ب) - استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

5- عين قيمة n حتى يكون: $S'_n + 2n = 508$ مع العلم أن $2^7 = 128$

حل التمارين

التصريح الأول :

(V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تمامًا معرفة على $\mathbb{N}$:

$$\begin{cases} V_1 \times V_3 = 400 \\ V_6 = 320 \end{cases}$$

(1) - أحسب V_2 :

امتتالية الهندسية معرفة بالشكل : $V_{n+1} = V_n \times q$

ومنه

$$V_3 = V_2 \times q \quad (1)$$

$$V_2 = V_1 \times q$$

$$V_1 = \frac{V_2}{q} \quad (2)$$

نعوض (1) و (2) في $V_1 \times V_3 = 400$ نجد :

$$\frac{V_2}{q} \times V_2 \times q = 400$$

$$V_2^2 = 400$$

$$V_2 = \sqrt{400} \quad \text{موجبة تمامًا}$$

$$V_2 = 20$$

(2) - أحسب الأساس q ثم استنتج رتبة الأول V_0 :

$$V_6 = V_5 \times q = 320$$

$$V_5 = V_4 \times q ; V_4 = V_3 \times q ; V_3 = V_2 \times q = 20 \times q$$

$$V_6 = (((V_2 \times q) \times q) \times q) \times q$$

$$V_6 = V_2 \times q^4 = 20 \times q^4 = 320$$

$$q^4 = \frac{320}{20} = 16 \quad ; \quad q^4 = 16 \quad ; \quad q^2 = \sqrt{16} = 4$$

$$q = \sqrt{4} = 2$$

- استنتاج الحد الأول V_0 :

لدينا عبارة الحد العام :

$$V_n = V_0 \times q^n$$

ومنه

$$V_2 = V_0 \times q^2$$

$$20 = V_0 \times 4$$

$$V_0 = \frac{20}{4} = 5$$

$$V_0 = 5$$

(3) - أوجد عبارة الحد العام V_n بدلالة n :

لدينا :

$$V_n = V_0 \times q^n$$

$$V_n = 5 \times 2^n$$

وعليه :

(4) - عين رتبة الحد الذي قيمته 1280 مع العلم أن $2^8 = 256$

وعليه :

$$V_n = 5 \times 2^n = 1280$$

$$2^n = \frac{1280}{5} = 256$$

$$2^n = 256$$

مع العلم أن $2^8 = 256$

وعليه :

$$n = 8$$

وعليه رتبة الحد الذي قيمته 1280 هي الحد الثامن

حل التمرين الثاني موجود على قناتي في اليوتيوب قناة حكيمة للتعليم الرابط

https://youtu.be/ZMIzlg_OVUA

التعريف الثاني :

(U_n) متتالية هندسية معرفة على N بحيث :

$$U_4 = 32 \quad ; \quad U_1 = 4$$

(1) - عين الأساس q :
لدينا الحد العام للمتتالية الهندسية :
 $U_n = U_p \times q^{n-p}$
اذن : $U_4 = U_1 \times q^{4-1}$

$$U_4 = U_1 \times q^3 \quad \text{أي}$$

$$\frac{U_4}{U_1} = q^3$$

$$q^3 = \frac{32}{4} = 8$$

$$q^3 = 8 = 2^3$$

$$q = 2 \quad \text{ومنه :}$$

(2) - أحسب الحد الأول U_0 :

$$U_{n+1} = U_n \times q$$

$$U_1 = U_0 \times q$$

$$U_0 = \frac{U_1}{q} = \frac{4}{2} = 2$$

$$U_0 = 2$$

ب) استنتاج المجموع :

$$S_{2026} = U_0 + U_1 + \dots + U_{2026}$$
$$S_{2026} = 2 \left(\frac{2^{2026+1} - 1}{2 - 1} \right)$$
$$= 2 (2^{2027} - 1)$$

حل التمرين الثالث موجود على قناتي في اليوتيوب قناة حكيمة للتعليم الرابط

https://youtu.be/Gif0F-dG9_s

التصريح الثالث:

(V_1) متتالية هندسية حدودها موجبة تمامًا

الأول V_1 وأساسها q بحيث: $V_2 = 8$ و $V_3 = 4$
 V_1

(4) - أتى أن: $V_1 \times V_3 = 64$
لدينا $V_2 = 8$ يكافئ $V_2^2 = 64$

نعلم أن الوسط الهندسي:
 V_1, V_2, V_3 بهذا الترتيب حدودًا متتابعة
من متتالية هندسية $V_1 \times V_3 = V_2^2$

وعليه: $V_2^2 = V_1 \times V_3$

$V_1 \times V_3 = 64$

(ب) - عت الأول V_1 ثم استنتج q :

لدينا: $\frac{V_3}{V_1} = 4$ يكافئ: $V_3 = 4V_1$

ولدينا أيضًا: $V_1 \times V_3 = 64$
بالتعويض نجد: $V_1 \times 4V_1 = 64$

$4V_1^2 = 64$

$V_1^2 = \frac{64}{4} = 16$; $V_1 = \sqrt{16}$

$\Rightarrow$ لأن حدودها موجبة تمامًا $V_1 = 4$

$$V_{n+1} = V_n \times q \quad \text{استنتاج } q : \text{ لدينا :}$$

$$V_2 = V_1 \times q$$

$$8 = 4 \times q$$

$$q = \frac{8}{4} = 2$$

$$q = 2 \quad \text{وعليه :}$$

(U_n) متسلسلة عددية معرفة على N^* حيث $U_n = V_n - 2$

(2) أحسب U_1 و U_2 :

$$U_n = V_n - 2 \quad \text{لدينا}$$

$$U_1 = V_1 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$U_1 = 2 \quad \text{وعليه}$$

$$U_2 = V_2 - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$U_2 = 6 \quad \text{وعليه}$$

(3) - أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n :

$$V_n = V_p \times q^{n-p} \quad \text{لدينا :}$$

$$V_n = V_1 \times 2^{n-1}$$

$$V_n = 4 \times 2^{n-1}$$

$$V_n = 2^2 \times 2^{n-1}$$

$$V_n = 2^{n+1}$$

ومنه

$$U_n = V_n - 2$$

لدينا :

$$U_n = 2^{n+1} - 2$$

(4) أ- أحيب بدلالة n لمجموع S_n حيث:

$$S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

$$S_n = V_1 \left(\frac{q^{n-1+1} - 1}{q - 1} \right)$$

$$S_n = 4 \left(\frac{2^n - 1}{2 - 1} \right)$$

$$S_n = 4(2^n - 1)$$

ب) استنتج بدلالة n لمجموع S'_n حيث:

$$S'_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$= V_1 - 2 + V_2 - 2 + \dots + V_n - 2$$

$$S'_n = (V_1 + V_2 + \dots + V_n) - 2(n - 1 + 1)$$

ومنه:

$$S'_n = 4(2^n - 1) - 2n$$

(5) - عيب قيمة n في يكون $S'_n + 2n = 508$ مع العلم أن $\frac{7}{2} = 128$

$$S'_n + 2n = 508 \text{ (يكافئ)}$$

$$4(2^n - 1) = 508$$

$$2^n - 1 = \frac{508}{4} = 127$$

$$2^n = 127 + 1$$

$$2^n = 128$$

$$\frac{7}{2} = 128 \text{ مع العلم أن}$$

$$2^n = 128 = \frac{7}{2} \text{ يكافئ}$$

$$n = 7 \text{ ومنه}$$