الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديّرية التّربية لولاية الجزائر غـــــــــــرب — الموســـــم الدّراسي : 2021 / 2022

ثانويّة الشّهيد شريف صبّاحي - عين النّعجة - — التّاريـــــــــخ : 28 نوفمبر 2021 م

المستوى : نهائي — الشّعبة : رياضيات — المدّة : 02 سا 00 د

إختبار الثلاثي الأول في مادّة الرياضيات

✯ التّمرين الأوّل : (12 نقاط)

نعتبر الدّالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = -2\sqrt{1-x|x|} & x \le 1 \\ f(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) & x > 1 \end{cases}$$

و نسمّي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

(1

1. بيّن أنّ f تقبل الإشتقاق عند 0 ، فسّر النّتيجة المحصّل عليها بيانيًا .
2. هل تقبل f الإشتقاق عند 1 ؟ فسّـــر النّتيجة المحصّل عليها بيانيًا .

(2

1. بيّن أنّه من أجل كل $x \in]-\infty;1[$ فإنّ : $f'(x) = \dfrac{2|x|}{\sqrt{1-x|x|}}$.
2. بيّن أنّه من أجل كل $x \in]1;+\infty[$ فإنّ : $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$.
3. حدّد إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}-\{1\}$ ثم إستنتج إتّجاه تغيّر f على $\mathbb{R}$.
4. شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

γ

(3

1. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(-\infty)$.

نسمّي (φ) التّمثيل البياني للدّالة $g(x)=\ln x+\ln 2$ المعرّفة على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$.

1. بيّن أنّ (φ) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$.

(4

1. بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمقارب (Δ) يطلب تعيين إحداثيات كل من نقطتي التّماس .
2. أكتب معادلة المستقيمين (T_1) و (T_2) .

5) أرسم بدقّة كلّ من (Δ) ، (T_1) ، (T_2) ، (φ) ، (C_f) .

☆ التمرين الثّاني : (08 نقاط)

نعتبر الدّالة f_n المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f_n(x)=x^{n+1}-2x^n+1$$

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :

$$1\le\frac{2n}{n+1}<2$$

2) بيّن أنّ جميع المنحنيات (C_n) الممثّلة للدّالة f_n تشترك في ثلاث نقط يطلب تعيينها .

3) أحسب حسب قيم n النّهايتين $\lim\limits_{x\to-\infty}f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f_n(x)$.

4) أدرس تبعا لقيم n إتّجاه تغيّر الدّالة f_n ثم شكّل جدول تغيّراتها .

(5

1. بيّن أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلاًّ وحيدًا α حيث $\alpha\in\left]\frac{2n}{n+1};2\right[$.
2. هل المعادلة $x^8-2x^7+1=0$ تقبل حلًّا في $\mathbb{R}$ ؟ في حال الإجابة بنعم عيّن حصرا له .

إنتهى الموضوع