

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية : مولود قاسم - مــــــزلوق  
من فكر الأستاذ: عبد السلام صلاح الدين  
الشعبة: علوم تجريبية ، تقني رياضي

مديرية التربية لولاية سطيف  
أرواح بـ كالوريا تجريبية جزائرية  
السنة الدراسية :  $G_{101}$

**المدة : 3 سا و 30 د + 1 سالت ر**

## اختبار في مادة الرياضيات

## اختر أحد الموضوعين الآتيين

### الموضوع الأول

### التمرين الأول : (04 نقاط )

$n \in \mathbb{N}$  و  $2 \leq n \leq 2019$  في ثانوية مولود قاسم - مزلق - عين ارنات - يدرس 2021 تلميذ من بينهم  $n$  إناث والباقي ذكور ، يحوي قسم تقني رياضي ( $MT$ ) على 101 تلميذ نريد تشكيل لجنة للثانوية تتكون من تلميذين

**(1)** ما احتمال الحادثتين التاليتين:  $A$  "اللجنة تحوي على الأكثر ذكر"  
 $B$  "إذا حضر تلميذ من ( $MT$ ) في اللجنة لا يحضر آخر من نفس الشعبة "

**(2)** ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة عدد الذكور فيها  
 أ) اكتب قانون احتمال  $X$   
 ب) اكتب  $E(X)$  بدلالة  $n$  وما هي قيمة  $n$  التي تجعل  $E(X)$  أعظمي

**(3)** ما هي أصغر قيمة للعدد  $n$  حتى يكون  $P(A) \geq 0.918$

**التمرين الثاني : (04 نقاط) (خاص بالعلمي)**

$u$  و  $v$  متتاليتان معرفتان على  $\square$  بـ :  $u_0 = 0$  و  $u_{n+1} = \frac{42}{43}u_n + 47$  ,  $v_n = \ln(a - u_n)$  حيث  $a \in \square$  و  $u_n \leq a$

**(1)** برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} - u_n = 47\left(\frac{42}{43}\right)^n$  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $u$

**(2)** عين  $a$  حتى تكون  $v$  متتالية حسابية أساسها  $\frac{42}{43}$

**(3)** في كل ما يأتي نضع  $a = 2021$  , اكتب  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$

**(4)** اكتب بدلالة  $n$  العبارتين  $s_n = \frac{1}{43}(e^{v_0} + e^{v_1} + \dots + e^{v_{n-1}})$  ;  $s'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s'_n}{s_n}$

**التمرين الثاني : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)**

المستوي منسوب الى معلم م وم  $(\vec{0}; \vec{i}; \vec{j})$  ،  $M(x ; y)$  نقطة من المستوي حيث  $(x ; y) \in \mathbb{R}^2$  نعتبر المستقيم

$120x + 11y = 667$  :  $(D)$  والمستقيم  $2021x - y = 10098$  :  $(D')$  ، لتكن  $P(u ; v)$  نقطة من  $(D)$  حيث  $(u ; v) \in \mathbb{Z}^2$

**(1)** عيّن احداثيتي  $Q$  نقطة تقاطع  $(D)$  مع  $(D')$  ثم عين مجموعة النقط  $P$  .

**(2)** عيّن مجموعة النقط  $P$  التي تنتمي الى القرص الذي مركزه  $O$  و نصف قطره  $128$

**(3)**  $n \in \mathbb{N}$  ، ادرس بواقي قسمة  $5^n$  على  $9$  ثم عين باقي قسمة العدد  $1442^{2021} + 2021^{1442}$  على  $9$

**(4)**  $n$  عدد طبيعي يكتب بالشكل  $1ab8^{11}$  وبالشكل  $268a^9$  ، جد  $a$  و  $b$  ثم اكتب  $n$  في النظام العشري

### التمرين الثالث : (05 نقاط)

- نعتبر النقط  $A, B, C, D, E$  حيث :  $Z_A = i$  ;  $Z_B = -7$  ;  $Z_C = -2 - 5i$  ;  $Z_D = 5 - 4i$  ;  $Z_E = 1 + 2i$
- (1) قارن بين  $Z_A + Z_C$  و  $Z_B + Z_D$  ، أكتب  $\frac{Z_D - Z_B}{Z_C - Z_A}$  على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$
- (2)  $(E_1)$  مجموعة النقط  $M(Z)$  حيث :  $\bar{Z} + i - re^{-i\frac{\pi}{4}} = 0$  مع  $r \in \mathbb{R}_+$  ، تحقق أن  $E \in (E_1)$  ثم عيّن  $(E_1)$
- (3) لتكن  $G_\alpha$  مرجح الجملة  $\{(A; -6\alpha - 1), (B; 3\alpha), (C; 2\alpha), (D; \alpha)\}$  حيث :  $\alpha \in \mathbb{R}_+$
- أ) عيّن لاحقة  $G_\alpha$  بدلالة  $\alpha$  ثم بيّن أن  $G_\alpha \in (E_1)$
- ب) عيّن  $(E_\alpha)$  مجموعة النقط  $M(Z)$  حيث :  $\|(-6\alpha - 1)\vec{MA} + 3\alpha\vec{MB} + 2\alpha\vec{MC} + \alpha\vec{MD}\| = \sqrt{2}$
- ج) من أجل  $\alpha = 101$  عيّن لاحقة  $G_{101}$  ثم عيّن  $(E_1) \cap (E_{101})$

### التمرين الرابع : (07 نقاط)

- $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كمايلي :  $f(x) = x^4 e^{-x-1}$
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجة الأخيرة بيانيا
- (2) احسب  $f'(x)$  ثم شكّل جدول تغيرات  $f$
- (3) احسب  $f''(x)$  ثم عيّن إحداثيات نقط انعطاف المنحنى  $(C_f)$
- (4) بيّن أن  $(C_f)$  مماسين  $(T_1)$  و  $(T_2)$  يشملان المبدأ ثم اكتب معادلتين لهما (حيث  $(T_2)$  معامل توجيهه موجب تماما)
- (5) انشئ  $(T_2)$  ثم  $(C_f)$
- (6) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = m x$
- (7) دالة معرفة بـ :  $g = 0.2f^{-2021} - 1.2$  ، اكتب  $g'$  بدلالة  $f$  و  $f'$  ثم أكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_g)$  عند  $x = -1$

مهما كان مستواك من التحضيرى إلى فلسفة الدكتوراه ستجد في

أروع بكالوريا تجريبية جزائرية

ملا عين رأت ولا أذن سمعت ولا يد نقلت ولا خطر على قلب بشر

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (04 نقاط )

- $f$  دالة مستمرة و متزايدة تماما على المجال  $[-3; +\infty[$  معرفة بـ :  $f(x) = \frac{2068x}{x+47}$
- $u$  و  $v$  متتاليتان معرفتان على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_0 = 47$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  ،  $v_n = 1 - \frac{2021}{u_n}$
- (1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$   $47 \leq u_n < 2021$  وادرس اتجاه تغير  $u$  ثم استنتج أنها متقاربة
- (2) بين أن  $v$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{44}$  ثم اكتب  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  و احسب  $\lim u_n$
- (3) اكتب بدلالة  $n$  العبارة :  $S_n = 2021 \left( \frac{1}{u_n} + \frac{1}{u_{n+1}} + \dots + \frac{1}{u_{n+2020}} \right)$  و احسب  $\lim S_n$

### التمرين الثاني : (04 نقاط ) (خاص بالعلمي)

- كيس به 3 كريات بيضاء مرقمة بـ 1، 1، 2 و 4 حمراء مرقمة بـ 2، 2، 2، 1 نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين
- (1) ما احتمال الحادثتين :  $A$  "الكريتان المسحوبتان تحملان رقم فردي" ،  $B$  "الكريتان المسحوبتان ذات لونين مختلفين"
- (2) احسب  $p(A \cap B)$  و استنتج  $p(A \cup B)$ .
- (3) جد قانون احتمال  $X$  حيث  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة
- (4)  $x \in \mathbb{N}^*$ ، في لعبة يقوم لاعب بسحب كريتين في آن واحد، فإذا تحصل على كريتين بيضاوين يخسر  $7x^2$  دينار، وإذا تحصل على كريتين مختلفتين في اللون يربح  $7070x$  دينار، وإذا تحصل على كريتين حمراوين يخسر  $14274326.5$  دينار
- (أ) عين قيم  $x$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب
- (ب) ماهي قيمة  $x$  التي من أجلها يكون متوسط الربح أعظميا ، احسب قيمته عندئذ

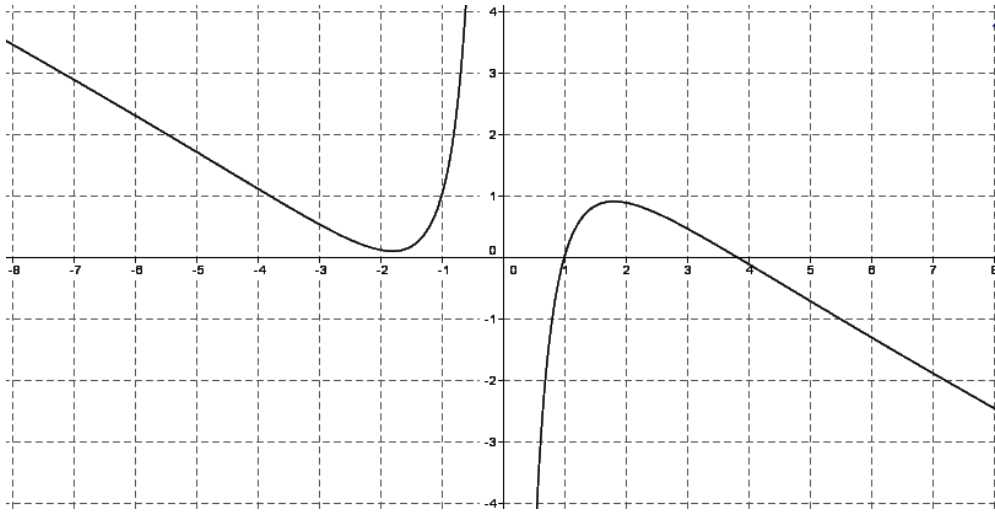
### التمرين الثاني : (04 نقاط ) (خاص بالتقني رياضي)

- (1) لتكن المعادلة  $(E) : 2021x - 1442y = 11 \dots$  حيث  $x, y$  عدنان صحيحان
- بالاستعانة بخوارزمية إقليدس عين  $PGCD(2021; 1442)$  ، جد حلا خاصا لـ  $(E)$  ثم حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $(E)$
- (2)  $n \in \mathbb{N}$  يكتب بالشكل  $1abc^{11}$  حيث تشكل الأعداد  $a, b, c+1$  بهذا الترتيب حدود متتابعة من متتالية حسابية
- و  $(a, b)$  حل لـ  $(E)$  ، جد الأعداد الطبيعية  $a, b, c$  ثم اكتب  $n$  في النظام العشري
- (3)  $n \in \mathbb{N}$  ، ادرس بواقي قسمة  $2^n$  على 3 ثم عين قيم  $n$  حيث  $2[3] \equiv 2021n + 1442$  و  $1437 < n < 1443$

### التمرين الثالث : (05 نقاط)

- (1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 + 4 = 0$  ثم استنتج حلول المعادلة  $z^4 + 4 = 0$
- (2) نعتبر النقط:  $F, E, D, C, B, A$  حيث:  $z_A = 2i$  ;  $z_B = 1+i$  ;  $z_C = \overline{z_B}$  ;  $z_D = \overline{z_A}$  ;  $z_E = 1$  ;  $z_F = -z_B$  ;  
 - اكتب على الشكل الآسي العددين  $z_A$  ,  $z_B$  ثم اكتب على الشكل الجبري العدد  $(8^{-0.5} z_A z_B)^{2020}$
- (3) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون  $(z_A)^n = ai$  مع  $a \in \mathbb{R}_+^*$  و  $2017 < n < 2025$
- (4) احسب  $\arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_D - z_A}\right)$  ,  $\left|\frac{z_B - z_A}{z_C - z_D}\right|$  و قارن بين  $z_A + z_C$  و  $z_B + z_D$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$
- (5) أ) عيّن  $(E_1)$  مجموعة النقط  $M(Z)$  حيث  $\bar{z} - 1 - 2020\sqrt{2}e^{-i\theta} = 0$  مع  $\theta \in \mathbb{R}$   
 ب) عيّن  $(E_2)$  مجموعة النقط  $M(Z)$  حيث  $\left|\frac{z+2i}{z-1-i}\right| = 1$  ثم عيّن  $(E_1) \cap (E_2)$

### التمرين الرابع : (07 نقاط)



- $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي  $f(x) = 2(\ln|x|)^2 - \frac{1}{4}(x-1)^2$  يعطى  $(C_f)$  في الشكل أعلاه ويعطى
- $a \in ]-0.57 ; -1.81[$  ;  $b \in ]1.81 ; 3.81[$  ;  $c \in ]3.81 ; 6.13[$  حيث  $f(a) = f(d) = f'(c) = f'(1) = f''(b) = 0$   $f(c) \in ]1.60 ; 1.60[$
- (I) بيّن أن  $f(-x) = f(x) - x$  ثم استنتج العبارتين :  $f'(-x) = 1 - f'(x)$  ;  $f''(-x) = f''(x)$
- (II) بقراءة بيانية واستغلال المعطيات والسؤال السابق : ( لا يطلب حساب  $f'(x)$  و  $f''(x)$  )
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم شكّل جدولي تغيرات  $f$  و اشارة  $f''(x)$  مستنتجا فواصل نقط انعطاف  $(C_f)$
- (2)  $\alpha \in \mathbb{R}^*$  ، بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسين معامل توجيههما 1 عند نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما ثم اكتب بدلالة  $\alpha$  ،  $f(\alpha)$  ،  
 $f'(\alpha)$  ، معادلة للمماس  $(T_{-\alpha})$  لـ  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $-\alpha$  واستنتج معادلتين  $(T_{-1})$  ،  $(T_{-c})$  ،
- (3) شكّل جدول إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}^*$  ثم استنتج جدول إشارة  $f(-x)$  على  $\mathbb{R}^*$  والوضع النسبي لـ  $(C_f)$  مع  $(T_{-1})$
- (4) انشئ  $(T_{-1})$  ،  $(T_{-c})$  ثم  $(C_f)$
- (5) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = x + m$
- (6)  $g$  دالة معرفة بـ  $g = f^{-2020}$  ، اكتب  $g'$  بدلالة  $f$  و  $f'$  ثم اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحني  $(C_g)$  عند  $x = -1$

انتهى الموضوع الثاني