



تمرينان رفقة الحل في المتتاليات للتحضير للفرض الأول للسنوات الثالثة آداب و لغات

التمرين الأول:

$$\begin{cases} u_0 + u_2 = 10 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 27 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية حسابية معرفة من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ كما يلي:}$$

- (1) احسب الحدين u_1 و u_3 .
 - (2) عين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .
 - (3) تحقق انه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n = 3 + 2n$
 - (4) هل العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي رتبته؟
- احسب المجموع: $S = u_6 + u_7 + \dots + u_{35}$

التمرين الثاني:

$$(u_n) \text{ و } (v_n) \text{ متتاليتان عدديتان معرفتان على } \mathbb{N} \text{ بـ : } u_n = 2 - 6n \text{ و } v_n = 4 \times 3^n$$

- (1) احسب الحدود u_0, u_1, v_0, v_1 .
- (2) أ) بين أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تحديد أساسها، استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
ب) هل العدد -11770 حد من حدود المتتالية u_n ؟ برّر إجابتك.
ج) احسب المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
- (3) أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها.
ب) بين أن $v_{n+1} - v_n = 8 \times 3^n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n) .
ج) احسب المجموع $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$



التمرين 01:

$$\begin{cases} u_0 + u_2 = 10 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 27 \end{cases} \text{ لدينا:}$$

1- حساب الحدين u_1 و u_3

لدينا حسب خاصية الوسط الحسابي:

$$u_2 + u_4 = 2u_3, \quad u_0 + u_2 = 2u_1 \text{ ومنه:}$$

$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_3 = 9 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{matrix} 2u_1 & 10 \\ 2 & 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 27 \\ 3 \end{matrix}$$

2- تعيين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .

$$r = \frac{u_3 - u_1}{3 - 1} = \frac{9 - 5}{2} = 2$$

$$u_0 = u_3 - 3r = 9 - 3 \times 2 = 3 \text{ ومنه: } u_3 = u_0 + 3r$$

3- التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3 + 2n$

$$\text{لدينا: } u_n = u_0 + nr \text{ ومنه: } u_n = 3 + 2n$$

4- هل العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي رتبته؟

$$u_n = 4035 \text{ تكافئ: } 3 + 2n = 4035 \text{ ومنه: } n = \frac{4035 - 3}{2} = 2016$$

إذا العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) رتبته 2017

5- حساب المجموع:

$$S = u_6 + u_7 + \dots + u_{35} = \frac{35 - 6 + 1}{2} (u_6 + u_{35})$$

$$u_{35} = 3 + 2 \times 35 = 73, \quad u_6 = 3 + 2 \times 6 = 15$$

$$\text{إذن: } S = 15(15 + 73) = 1320$$



التمرين الثاني:

(u_n) و (v_n) متالتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ $u_n = 2 - 6n$ و $v_n = 4 \times 3^n$

1. حساب الحدود u_0, u_1, v_0, v_1

$$v_1 = 4 \times 3^1 = 12, \quad v_0 = 4 \times 3^0 = 4, \quad u_1 = 2 - 6 \times 1 = -4, \quad u_0 = 2 - 6 \times 0 = 2$$

2. أ) بين أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تحديد أساسها،

$$u_{n+1} - u_n = 2 - 6(n+1) - (2 - 6n)$$

$$\text{ومنه: } (u_n) \text{ متتالية حسابية أساسها } r = -6 \quad = 2 - 6n - 6 - 2 + 6n = -6$$

استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

لدينا: $r = -6 < 0$ ومنه (u_n) متناقصة

ب) هل العدد -11770 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ برّر

$$u_n = -11770 \quad \text{تكافئ} \quad 2 - 6n = -11770 \quad \text{ومنه:} \quad n = \frac{-11770 - 2}{-6} = 1962 \quad \text{ومنه العدد } -11770 \quad \text{حد من حدود}$$

المتتالية (u_n) رتبته 1963.

ج) حساب المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$$S_n = \frac{(n+1)}{2}(4 - 6n) \quad \text{ومنه:} \quad S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{n+1}{2}(2 + 2 - 6n)$$

1. أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{4 \times 3^{n+1}}{4 \times 3^n} = 3$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$

ب) بين أن $v_{n+1} - v_n = 8 \times 3^n$

$$v_{n+1} - v_n = 2 \times 4 \times 3^n = 8 \times 3^n \quad \text{ومنه:} \quad v_{n+1} - v_n = 4 \times 3^{n+1} - 4 \times 3^n = 4 \times 3^n (3 - 1)$$

استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n) : لدينا: $v_{n+1} - v_n > 0$ ومنه: (v_n) متزايدة

ج) حساب المجموع:

$$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \times \frac{1 - 3^{n+1}}{1 - 3}$$

$$S'_n = 4 \times \frac{1 - 3^{n+1}}{1 - 3} = -2(1 - 3^{n+1})$$

