

الفرض المحروس للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المدة: 01 ساعة ⌚ الأستاذة: مرواني.ن اليوم : 2021/11/02

التمرين الأول:

g دالة لمتغير حقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x) = x^3 + (\gamma + 1)x^2 - x + \gamma + 7$

① عين قيمة γ حتى يكون (-1) جذر لكثير الحدود $g(x)$.

② من أجل $\gamma = -4$

(أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x) = (x+1)Q(x)$ حيث $Q(x)$ كثير حدود يطلب تعيينه.

(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$

(ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) > 0$

(د) إستنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة التالية : $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ كما هو موضح في الوثيقة المرافقة.

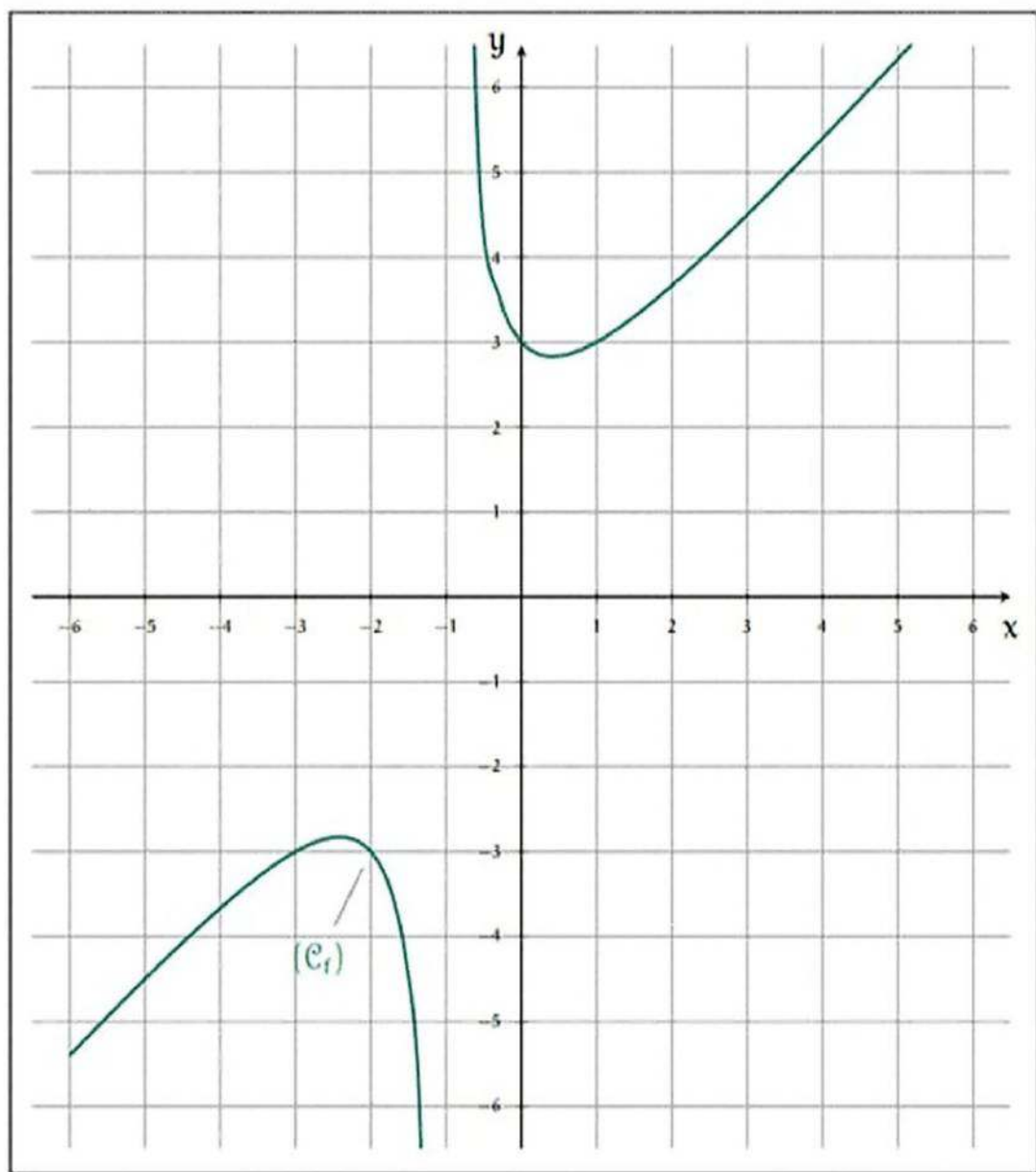
① إشرح طريقة رسم منحنى الدالة h حيث $h(x) = -|f(x)|$ ثم أرسمه على الوثيقة المرافقة.

② نعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 3}{|x| + 1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) عين D_g

(ب) بين أن الدالة g زوجية.

(ج) إشرح كيفية رسم (C_g) إنطلاقاً من (C_f) ثم أرسمه على الوثيقة المرافقة.



تصحيح الفرض الأول مادة الرياضيات

التمرين (1)

$$g(x) = x^3 + (\gamma + 1)x^2 - x + \gamma + 7$$

1 **تعيين قيمة γ حتى يكون (-1) جذر لكثير الحدود $g(x)$:**

(-1) جذر لكثير الحدود $g(x)$ معناه $g(-1) = 0$ حيث

$$g(-1) = (-1)^3 + (\gamma + 1)(-1)^2 - (-1) + \gamma + 7$$

$$g(-1) = -1 + \gamma + 1 + 1 + 7$$

$$g(-1) = 2\gamma + 8$$

و منه نستنتج أن $2\gamma + 8 = 0$ أي $\gamma = -4$

2 **من أجل $\gamma = -4$ فإن $g(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$**

(أ) **تعيين $Q(x)$:**

باستعمال القسمة الإقليدية نجد

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 - x + 3 & x + 1 \\ -x^3 - x^2 & \\ \hline -4x^2 - x & \\ 4x^2 + 4x & \\ \hline 3x + 3 & \\ -3x - 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

و منه $Q(x) = x^2 - 4x + 3$ و $g(x) = (x + 1)(x^2 - 4x + 3)$

(ب) **حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$:**

$g(x) = 0$ تكافئ $x + 1 = 0$ (جذر لـ $g(x)$) أو $x^2 - 4x + 3 = 0$

بحساب المميز نجد

حساب Δ :

$\Delta > 0$ إذا للمعادلة حلان مختلفان هما

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{4 + 2}{2}$$

$$x_2 = 3$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{4 - 2}{2}$$

$$x_1 = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(-3)$$

$$\Delta = 16 - 12$$

$$\Delta = 4$$

و منه حلول المعادلة $g(x) = 0$ هي $S' = \{-1; 1; 3\}$

(ج) **حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) > 0$:**

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
$x + 1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$		
$x^2 - 4x + 3$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

وبالتالي حلول المتراجحة هي : $x \in]-1; 1[\cup]3; +\infty[$

(د) **إستنتاج حلول المعادلة $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$:**

نلاحظ أن $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = (x^2)^3 - 3(x^2)^2 - x^2 + 3$ بوضع $X = x^2$ فالمعادلة $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$ تكافئ $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

حيث حلول المعادلة $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$ هي $S' = \{-1; 1; 3\}$

لما $X = 1$ أي $x^2 = 1$ تكافئ $x = 1$ أو $x = -1$

لما $X = 3$ أي $x^2 = 3$ تكافئ $x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$

لما $X = -1$ أي $x^2 = -1$ (غير محققة في $\mathbb{R}$)

و منه حلول المعادلة $x^6 - 3x^4 - x^2 + 3 = 0$ هي $S' = \{-1; 1; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

التمرين (2)

1 شرح طريقة رسم منحنى الدالة h :

$$h(x) = -|f(x)| = \begin{cases} -f(x) ; f(x) \geq 0 \\ f(x) ; f(x) \leq 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} -f(x) ; x \in]-1; +\infty[\\ f(x) ; x \in]-\infty; -1[\end{cases} \quad \text{أي}$$

لما $x \in]-1; +\infty[$ ، (C_h) و (C_f) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل

لما $x \in]-\infty; -1[$ ، (C_h) ينطبق على (C_f)

$$g(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 5}{|x| + 1} \quad 2$$

() تعيين D_g :

$$D_g = \{x/|x| + 1 \neq 0\}$$

$$D_g = \{x/|x| \neq -1\}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

إثبات أن الدالة g زوجية :

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$ أي $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة للصفر حيث نلاحظ

$$g(x) = f(|x|)$$

و منه $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$

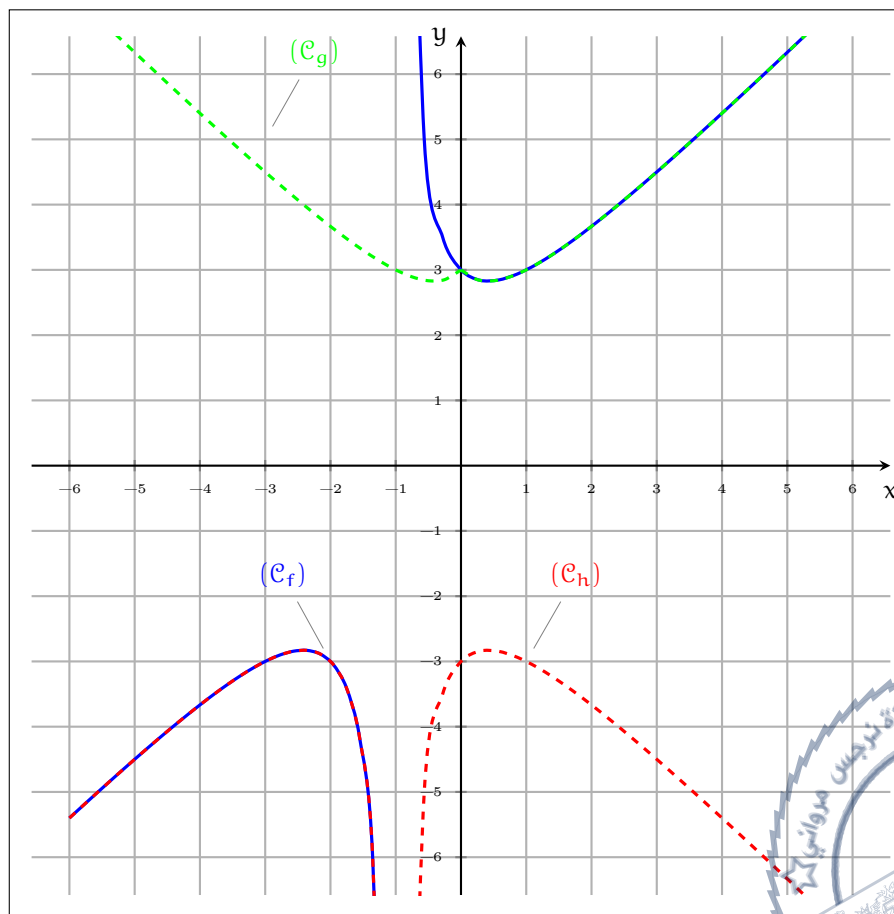
إذن الدالة g زوجية

كيفية رسم (C_g) انطلاقاً من (C_f) :

$$g(x) = \begin{cases} f(x) ; x \geq 0 \\ f(-x) ; x \leq 0 \end{cases}$$

لما $x \in [0; +\infty[$ ، (C_g) ينطبق على (C_f)

لما $x \in]-\infty; 0]$ ، (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الترتيب لأنها دالة زوجية



profmerouani 
0770349020 

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات 
merouaninardjiss@gmail.com 

