



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية : $z^2 - 2z + 4 = 0$

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحتقاتها $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = z_A e^{i\frac{5\pi}{6}}$

(1) أكتب z_C على الشكل الجبري ثم أكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي

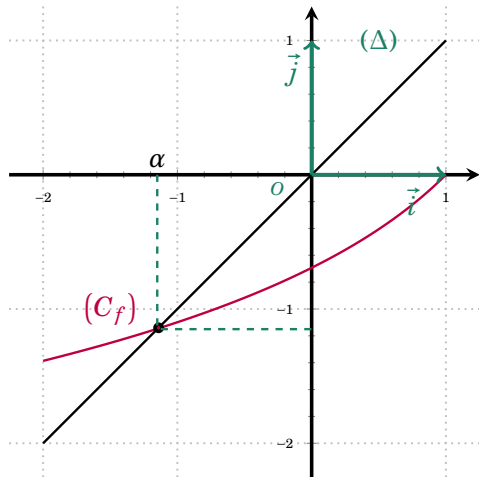
(2) إستنتج الشكل الأسّي للعدد $\frac{z_A}{z_B}$. ثم عين طبيعة المثلث OAB

(3) عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $OADB$ متوازي أضلاع

(4) عين قيم عدد طبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{3n}$ حقيقي موجب تماما. ثم أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2023}$

(5) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي من أجلها يكون: $z = z_A + 2e^{i\theta}$ حيث $\theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

التمرين الثاني: (05 نقاط)



(I) الدالة المعرفة على $[-2, 0]$ بـ: $f(x) = -\ln(2-x)$ و (C_f)

تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) مستقيم ذا المعادلة $y = x$ حيث $f(\alpha) = \alpha$

كما هو موضح في الشكل المقابل:

(1) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2; 0]$

(2) بين أنه من أجل كل $x \in [-2; 0]$ فإن: $f(x) \in [-2; 0]$

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(II) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي:

(1) أ) برر وجود متتاليتين (u_n) و (v_n)

ب) مثل على محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 و u_2 ، v_0 ، v_1 و v_2 دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء

ج) خمن إتجاه و تقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

(2) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $-2 \leq u_{n-1} \leq u_n \leq v_n \leq v_{n-1} \leq 0$

ب) إستنتج إتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

(3) أ) نقبل أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{v_n - u_n}{2 - v_n}$. بين أن $0 \leq v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(v_n - u_n)$

ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq v_n - u_n \leq 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$

د) أثبت أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \alpha$. ماذا يمكن القول عن المتتاليتين (u_n) و (v_n) ؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في إطار تعيين فريق لكرة القدم يمثل الثانوية ، تم إختيار أربعة لاعبين من القسم S_1 يحملون الأرقام من 1 إلى 4 وستة لاعبين من القسم S_2 يحملون الأرقام من 5 إلى 10 وثلاث لاعبين من القسم S_3 يحملون الأرقام من 11 إلى 13 نختار الآن لاعبين إثنين من الفريق ليبقى في الإحتياط علما أن كل الإختيارات متساوية الإحتمال

(1) أ) أحسب إحتمل الحوادث التالية :

A " اللاعبين الإثنين المختارين يحملان رقمين زوجيين " B " اللاعبين الإثنين المختارين من نفس القسم

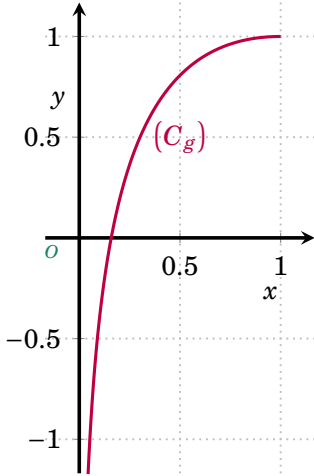
ب) هل الحادثتان A و B مستقلتان؟ برر

(2) ما إحتمال أن يكون اللاعبين الإثنين المختارين في الإحتياط من قسمين مختلفين و يحملان رقمين زوجيين

(3) إذا كان اللاعبين الإثنين المختارين في الإحتياط من قسمين مختلفين . ما إحتمال أن يكون حاملين رقمين زوجيين؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $]0;1[$ بـ: $g(x) = 2 - x + \ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو مبين في الشكل المقابل :



(1) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.15 < \alpha < 0.16$

(2) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$

II) f دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1-2x+\ln x}{x-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}$

ب) بين أن f متزايدة تماما على $\left[1; \frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right]$. ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أدرس الوضع النسبي لـ: (C_f) و المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -2$

(4) أرسم (Δ) ، (C_f) (يعطى $f(\frac{1}{\alpha}) \approx -1.8$)

(5) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلين متميزين

(6) h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = f(e^x)$. إعتامدا على السؤال 2 . إستنتج إتجاه تغير الدالة h

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في كل مايلي المستوي المركب المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{u}, \vec{v})$

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير

(1) k عدد صحيح و $arg(z)$ عمدة للعدد المركب z حيث $z = -3 \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right]$ هي:

(أ) $arg(z) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ (ب) $arg(z) = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$ (ج) $arg(z) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

(2) (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $|2z - 2 + 4i| = 8$ هي دائرة مركزها A ونصف قطرها r حيث:

(أ) $r = 8$ و $A(-2, 4)$ (ب) $r = 4$ و $A(1, -2)$ (ج) $r = 3$ و $A(-2, 4)$

(3) (ب) A, B, C نقط لاحقاتها $z_A = 1 + 2i, z_B = 1 - 2i, z_C = i$

Z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع هي :

(أ) $z_D = 5i$ (ب) $z_D = 1 - i\sqrt{3}$ (ج) $z_D = -3i$

(4) الجذرين التربيعيين للعدد المركب i هما :

(أ) $-\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ و $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (ب) $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ و $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ (ج) $1-i$ و $1+i$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1 + \sqrt{e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n^2 + e}{2u_n}$

(1) (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - \sqrt{e} = \frac{1}{2u_n} (u_n - \sqrt{e})^2$

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \sqrt{e}$

(ج) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) و إستنتج أنها متقاربة

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln\left(\frac{u_n - \sqrt{e}}{u_n + \sqrt{e}}\right)$

(أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} + \sqrt{e} = \frac{1}{2u_n} (u_n + \sqrt{e})^2$

(ب) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 يطلب تعيين حدها الأول v_0

(ج) أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج u_n بدلالة n ، أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على كرتين حمراوين تحمل العدد المركب i و ثلاث كرات خضراء تحمل العدد 1 ويحتوي الصندوق

U_2 على ثلاث كرات حمراء تحمل العدد المركب $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ و كرتين خضراوين تحمل العدد 0 ويحتوي الصندوق U_3

على كرتين حمراوين تحمل العدد المركب $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ و كرتين خضراوين تحمل العدد 2

نسحب كرتين على التوالي و بالإرجاع من أحد الصناديق الثلاثة . علما أن إختيار أحد الصناديق هي النسبة

بين عدد الكريات الموجودة في كل صندوق و العدد الإجمالي للكريات الموجودة في الصناديق الثلاثة معا

نعتبر الحوادث التالية : A "الحصول على كرتين من نفس اللون" B "الحصول على كرتين حمراوين"

C "الحصول على كرة خضراء على الأقل"

(1) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة

(2) بين أن $p(A) = \frac{18}{35}$ ثم أحسب $p(B)$ و $p(C)$

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع طويلة الأعداد مسجلة على الكريات المسحوبة

(أ) برر أن قيم المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 و 4 ثم عرف قانون إحصائه

(ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ ثم أحسب $P(C_5^X = 5)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - x + e^x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = x + 1 + xe^{-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ: (C_f) بجوار $+\infty$

ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

(3) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x}g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.5 < \alpha < -0.4$

(5) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم أدرس الوضع النسبي لـ: (C_f) و (T)

(6) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) في نفس المعلم

(7) عين قيم m الوسيط الحقيقي حتى تقبل المعادلة $f(x) = mx + 1$ حلين متمايزين

(III) H دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمالى : $H(x) = (ax + b)e^{-x}$ حيث a و b عددين حقيقيين

(1) عين a و b حتى تكون H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ حيث: $h(x) = xe^{-x}$

(2) أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و (T) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = 3$

تم تحميل من مجموعة محفظة

الرياضيات للتعليم بالجزائر

