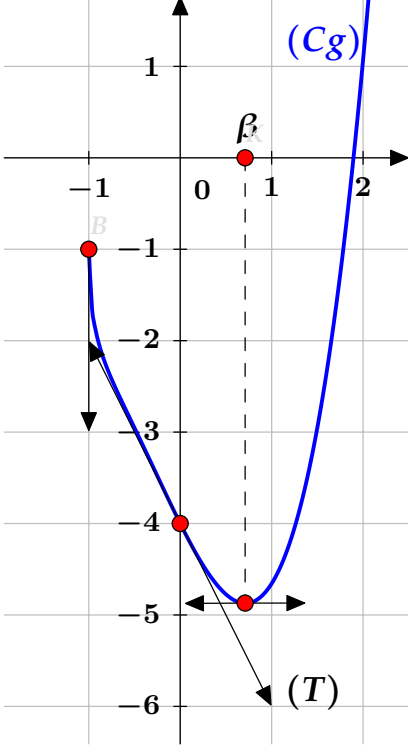


التمرين

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $[-1, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^3 - 4\sqrt{x+1}$

(Cg) تمثيلها البياني و المستقيم (T) مماس للمنحنى (Cg) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو مبين في الشكل :



1) بقراءة بيانية عين :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g\left(\frac{x \cos \pi x}{x^2 + \sqrt{x}}\right), \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \leftarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) + 1}{x + 1}, \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h) + 4}{2h} \leftarrow$$

و فسر النتائج بيانياً.

2) اكتب معادلة المماس (T) ثم استنتج معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة

$A(-1, -1)$ و يوازي (T).

3) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة :

$$g(x) = -2x + m$$

4) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[-1, +\infty[$ ثم تحقق

$$1.89 < \alpha < 1.9$$

5) استنتج اشارة $g(x)$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[-1, 0[\cup]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{x^2} + \sqrt{x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسياً ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $]-1, 0[\cup]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^3 \sqrt{x+1}}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = -1$ و فسر النتيجة هندسياً.

5) بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{\alpha^3}{4}$ ثم استنتج حصراً له.

6) بين أن المنحنى (γ) الذي معادلته : $y = \sqrt{x+1}$ و المنحنى (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f)

بالنسبة إلى (γ).

7) بين كيف يمكن استنتاج رسم المنحنى (γ) انطلاقاً من منحنى الدالة : $x \mapsto \sqrt{x}$ ثم ارسم (γ) و (C_f).


$$\lim_{n \rightarrow +\infty} g(n) = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} g\left(\frac{n \cos \pi n}{n^2 + \sqrt{n}}\right) = -4$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h) + 4}{2h} = \frac{1}{2} g'(0) = \frac{1}{2}(-2) = -1$$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x)+1}{x+1} = -\infty$

(7) فصل صف مساوی مرجه فی الامساقل معادله است
 $\cdot \pi = -2$

$$g'(b) = 0, \quad y = f(\beta)$$

② معادلة الحماض (T):

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$(T): y = -2x - 4.$$

- معادلة المسح (5):

(T) و (Δ) معاه لها نفس معامل التوجيه

(Δ): $y = -2x + 6$

$$\therefore \text{also } A \in (A)$$

$$y_A = -2x_A + b$$

$$b = -3$$

$b = -3$
 إذن معادله المستقيمة $y = -2x - 3$

$$g(n) = -\ln f(n)$$

عدد دالة حلول المعادلة	قيمة m
لا يوجد حلول	$m < -4$
حل فريد	$m = -4$
حلول مختلفة، فريدة	$-4 < m \leq -3$

لما أن f مستمرة، فتناقصية تماماً على $[-1, 1]$ و $f(1) = 0$ و $f(-1) = 1$ ،
 حد f في المجال $[-1, 1]$.

- بما أن الدالة g مستمرة و g متزايدة تماماً
 على $[-\infty, \beta_1 + \infty]$ و $g(\beta_1) = 0$ فإنه
 حسب مبرهنة القيمة المتوسطة
 كلما $g(\eta) = 0$ η يتوسط β_1 و β_2
 $g(\eta) = 0$

1- التحقق

5) $g(x)$ is a function

x	-1	a	$+\infty$
$g(x)$		$-$	$+$

! 640 (II)

e. $f'(x) = +\infty$
 $x \rightarrow 0$

$x \rightarrow 0$
 $x=0$ معادله ی موجودی مستقیم مقارن

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} + \sqrt{n+1} = +\infty$$

② اثبات ۱

$$f'(x) = \frac{g(x)}{2n^3 \sqrt{n+1}}$$

$$f'(x) = \frac{-2x}{x^4} + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

$$= \frac{-2(2\sqrt{x+1}) + x^3}{2x^3\sqrt{x+1}} = \frac{g(x)}{2x^3\sqrt{x+1}}$$

البط والكلاب

سنة الفحاة لغز

٣ اثبات أن $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{x^3}{4}$

لدينا: $g(x) = 0$ $\Rightarrow$ $x^3 - 4\sqrt{x+1} = 0$

$\sqrt{x+1} = \frac{x^3}{4}$

و نجد: $f(x) = \frac{1}{x^2} + \sqrt{x+1} = \frac{1}{x^2} + \frac{x^3}{4}$

$f(x)$ $\checkmark$

$1.489 < x < 1.9$

$0.277 < \frac{1}{x^2} < 0.279$

$1.689 < \frac{x^3}{4} < 1.714$

اذن: $1.966 < f(x) < 1.993$

٤ اثبات أن (٧) و (٨) متقاربان

$f(x) = \sqrt{x+1}$

$x \rightarrow +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2} \right) = 0$

اذن (٧) و (٨) متقاربان نحو $+\infty$

دراسة الوضعية:

x	-1	0	$+\infty$
$f(x) - g$	+	+	
الوضع النسبي	(٨) فوق (٧)	(٧) فوق (٨)	

٥ يمكن رسم (٧) انطلاقة من نقطة

التي لها ميل $\sqrt{x+1}$ بالتحديد الذي
نشأ عنه $(-1, 0)$

x	-1	0	x	$+\infty$
$g(x)$	-	0	-	+
$2x^3$	-	0	+	+
$\sqrt{x+1}$	+	+	+	+
$f'(x)$	+	+	-	+

الدالة f متزايدة كما نرى على المحاور
على $[-1, 0]$ و $[x, +\infty[$ متناقصة كما نرى
على $[0, x]$

جدول التغيرات

x	-1	0	x	$+\infty$
$f(x)$	+	-	+	+
$f(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

٦ دراسة قابلية انقلاق الدالة f :

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{1}{x^2} + \sqrt{x+1} - 1}{x^2 - 1}$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{1+x^2}{x^2} + \sqrt{x+1}}{n+1}$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{1-x^2}{x^2(n+1)} + \frac{\sqrt{x+1}}{n+1}}$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(1-x)(1+x)}{x^2(n+1)} + \frac{\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}(n+1)}$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = +\infty$

(٧) ينحني مع x موجب نحو $+\infty$
كما نرى $x = -1$

