

التمرين 1

احسب $\text{pgcd}(10^{120}; 10^{705} + 10^{912} + 10^{30})$ موضحا الخطوات.

التمرين 2

لدى بائع الأزهار 324 وردة حمراء و 252 وردة بيضاء. يريد هذا البائع تشكيل باقات متماثلة تتكون كل باقة من خمسة ورود حمراء و ثلاثة ورود بيضاء.

ما هو أكبر عدد من الباقات يمكن للبائع تشكيلها ؟

التمرين 3

1. قاعة مستطيلة الشكل بُعدها 8,4 m و 4,8 m نريد تغطيتها ببلاطات مربعة الشكل متماثلة و بدود تقطيع.

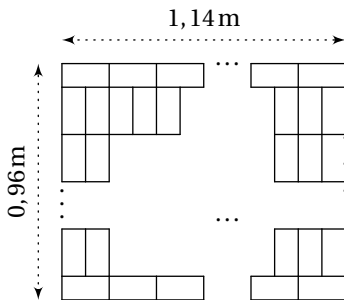
– ما هي القيم الممكنة لطول ضلع البلاطة الواحدة ؟

2. صفيحة مستطيلة الشكل بُعدها 1,44 m و 0,96 m نريد تقطيعها إلى أقل عدد ممكن من المربعات المتماثلة و بدون ضياع.

(أ) ما هو طول ضلع المربع الواحد ؟

(ب) ما هو عدد المربعات التي نتحصل عليها ؟

3. صفيحة مستطيلة الشكل بُعدها 1,14 m و 0,96 m نريد تغطيتها بمستطيلات متماثلة طولها ضعف عرضها (عدد طبيعي من السنتيمترات) حسب الشكل الموالي.



(أ) ما هي القيم الممكنة لُبُعدي المستطيل الواحد ؟

(ب) ما هو عدد المستطيلات اللازمة ؟

التمرين 1

احسب $\text{pgcd}(10^{120}; 10^{705} + 10^{912} + 10^{30})$ موضحا الخطوات.

التمرين 2

لدى بائع الأزهار 324 وردة حمراء و 252 وردة بيضاء. يريد هذا البائع تشكيل باقات متماثلة تتكون كل باقة من خمسة ورود حمراء و ثلاثة ورود بيضاء.

ما هو أكبر عدد من الباقات يمكن للبائع تشكيلها ؟

التمرين 3

1. قاعة مستطيلة الشكل بُعدها 8,4 m و 4,8 m نريد تغطيتها ببلاطات مربعة الشكل متماثلة و بدود تقطيع.

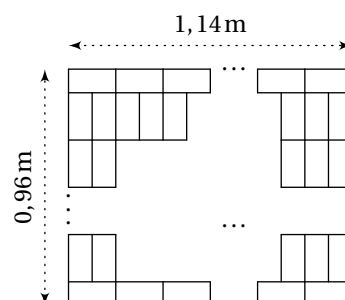
– ما هي القيم الممكنة لطول ضلع البلاطة الواحدة ؟

2. صفيحة مستطيلة الشكل بُعدها 1,44 m و 0,96 m نريد تقطيعها إلى أقل عدد ممكن من المربعات المتماثلة و بدون ضياع.

(أ) ما هو طول ضلع المربع الواحد ؟

(ب) ما هو عدد المربعات التي نتحصل عليها ؟

3. صفيحة مستطيلة الشكل بُعدها 1,14 m و 0,96 m نريد تغطيتها بمستطيلات متماثلة طولها ضعف عرضها (عدد طبيعي من السنتيمترات) حسب الشكل الموالي.



(أ) ما هي القيم الممكنة لُبُعدي المستطيل الواحد ؟

(ب) ما هو عدد المستطيلات اللازمة ؟

التمرين 1

احسب $\text{pgcd}(10^{120}; 10^{705} + 10^{912} + 10^{30})$ موضحا الخطوات.

التمرين 2

لدى بائع الأزهار 324 وردة حمراء و 252 وردة بيضاء. يريد هذا البائع تشكيل باقات متماثلة تتكون كل باقة من خمسة ورود حمراء و ثلاثة ورود بيضاء.

ما هو أكبر عدد من الباقات يمكن للبائع تشكيلها ؟

التمرين 3

1. قاعة مستطيلة الشكل بُعدها 8,4 m و 4,8 m نريد تغطيتها ببلاطات مربعة الشكل متماثلة و بدود تقطيع.

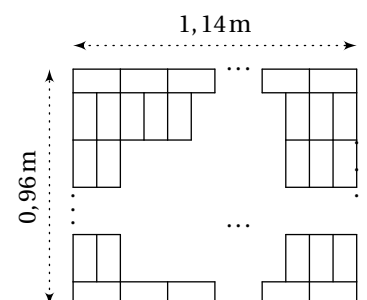
– ما هي القيم الممكنة لطول ضلع البلاطة الواحدة ؟

2. صفيحة مستطيلة الشكل بُعدها 1,44 m و 0,96 m نريد تقطيعها إلى أقل عدد ممكن من المربعات المتماثلة و بدون ضياع.

(أ) ما هو طول ضلع المربع الواحد ؟

(ب) ما هو عدد المربعات التي نتحصل عليها ؟

3. صفيحة مستطيلة الشكل بُعدها 1,14 m و 0,96 m نريد تغطيتها بمستطيلات متماثلة طولها ضعف عرضها (عدد طبيعي من السنتيمترات) حسب الشكل الموالي.



(أ) ما هي القيم الممكنة لُبُعدي المستطيل الواحد ؟

(ب) ما هو عدد المستطيلات اللازمة ؟

التمرين 1:

احسب $\text{pgcd}(10^{120}; 10^{705} + 10^{912} + 10^{30})$ موضحا الخطوات.

نطبق خوارزمية إقليدس :

$$10^{705} + 10^{912} + 10^{30} = 10^{120} \times (10^{585} + 10^{792}) + 10^{30}$$

$$10^{120} = 10^{30} \times 10^{90} + 0$$

آخر باقي غير معدوم هو 10^{30} إذن

$$\text{pgcd}(10^{120}; 10^{705} + 10^{912} + 10^{30}) = 10^{30}$$

$10^{30} < 10^{120}$ لأن عدد أرقام 10^{120} أكبر من عدد أرقام 10^{30} (العدد الطبيعي الذي له أكبر عدد من الأرقام هو الأكبر) إذن 10^{30} هو باقي القسمة الأولى.

التمرين 2:

لدى بائع الأزهار 324 وردة حمراء و 252 وردة بيضاء. يريد هذا البائع تشكيل باقات متماثلة تتكون كل باقة من خمسة ورود حمراء و ثلاثة ورود بيضاء. ما هو أكبر عدد من الباقات يمكن للبائع تشكيلها ؟

هذا التمرين مستوى 1م و لا نوظف فيه القاسم المشترك الأكبر لأن عدد الورود الحمراء و عدد البيضاء في كل باقة معلوم.
الهدف منه هو تنبيه التلميذ إلى التركيز قبل الخوض في الحسابات، فوجود عبارة "أكبر ما يمكن" لا يعني بالضرورة الق.م.أ.

• لدينا : $324 = 5 \times 64 + 4$ إذن يمكن تشكيل 64 باقة على الأكثر بالورود الحمراء.

• و $252 = 3 \times 84 + 0$ إذن يمكن تشكيل 84 باقة على الأكثر بالورود البيضاء.

و بالتالي فإن أكبر عدد من الباقات المتماثلة التي يمكن أن يشكلها البائع هو 64 باقة (نختار أصغر العددين السابقين).

يمكن شرح الفكرة بمثال آخر : لو كان لدينا 64 جوريا أبيض و 84 جوريا أيسر فإنه لا يمكن تشكيل أكثر من 64 زوج جوارب.

التمرين 3:

1. قاعة مستطيلة الشكل بُعدها 8,4 m و 4,8 m نريد تغطيتها ببلاطات مربعة الشكل متماثلة و بدون تقطيع.

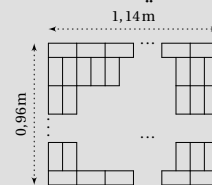
– ما هي القيم الممكنة لطول ضلع البلاطة الواحدة ؟

2. صفيحة مستطيلة الشكل بُعدها 1,44 m و 0,96 m نريد تقطيعها إلى أقل عدد ممكن من المربعات المتماثلة و بدون ضياع.

(أ) ما هو طول ضلع المربع الواحد ؟

(ب) ما هو عدد المربعات التي نتحصل عليها ؟

3. صفيحة مستطيلة الشكل بُعدها 1,14 m و 0,96 m نريد تغطيتها بمستطيلات متماثلة طولها ضعف عرضها (عدد طبيعي من السنتيمترات) حسب الشكل الموالي.



(أ) ما هي القيم الممكنة لبعدي المستطيل الواحد ؟

(ب) ما هو عدد المستطيلات اللازمة ؟

1. التحويل : $8,4 \text{ m} = 84 \text{ dm}$ و $4,8 \text{ m} = 48 \text{ dm}$.

البلاطات مربعة الشكل و متماثلة و بدون تقطيع إذن طول ضلع البلاطة الواحدة قاسم لطول البلاطة و قاسم لعرضها أي قاسم مشترك للعددين 84 و 48.

القواسم المشتركة لعددين طبيعيين هي قواسم قاسمهما المشترك الأكبر.

نحسب $\text{pgcd}(84; 48)$ بخوارزمية إقليدس.

$$\begin{cases} 84 = 48 \times 1 + 36 \\ 48 = 36 \times 1 + 12 \\ 36 = 12 \times 3 + 0 \end{cases} \Rightarrow \text{PGCD}(84; 48) = 12$$

قواسم 12 هي : 1 : 2 : 3 : 4 : 6 و 12.

إذن القيم الممكنة لطول ضلع البلاطة الواحدة (بالديسمتر) هي : 1 : 2 : 3 : 4 : 6 و 12.

2. (أ) التحويل : $1,44 \text{ m} = 144 \text{ cm}$ و $0,96 \text{ m} = 96 \text{ cm}$.

يتم تقطيع الصفيحة إلى مربعات متماثلة و بدون ضياع إذن طول ضلع المربع الواحد قاسم لطول الصفيحة و قاسم لعرضها أي قاسم مشترك للعددين 144 و 96. و بما أننا نريد أقل عدد من المربعات فإن طول ضلع المربع الواحد أكبر ما يمكن و بالتالي فهو يساوي $\text{pgcd}(144; 96)$ أي 48 cm.

$$\begin{cases} 144 = 96 \times 1 + 48 \\ 96 = 48 \times 2 + 0 \end{cases} \Rightarrow \text{PGCD}(144; 96) = 48$$

(ب) طريقة 1:

• مساحة الصفيحة هي 13824 cm^2 . $\mathcal{S} = 144 \times 96 = 13824$

• مساحة المربع الواحد هي 2304 cm^2 . $s = 48 \times 48 = 2304$

إذن نتحصل على 6 مربعات. $\frac{\mathcal{S}}{s} = \frac{13824}{2304} = 6$

طريقة 2:

• عدد المربعات طولها هو 3 مربعات. $144 \div 48 = 3$

• عدد المربعات عرضها هو 2 مربعات. $96 \div 48 = 2$

إذن نتحصل على 6 مربعات. $3 \times 2 = 6$

3. (أ) نسمي x عرض المستطيل الواحد (ب cm). طولها هو إذن $2x$.

إذا كان n عدد المستطيلات اللازمة أفقياً (السطرين الأول و الأخير من الشكل) و m عدد المستطيلات اللازمة عمودياً (باستثناء المستطيلات التي تم عدها أفقياً) فإن :

$$n \times 2x = 114 \text{ منه } nx = 114 \div 2 \text{ أي } nx = 57$$

$$m \times 2x = 96 - 2x \text{ منه } m \times 2x + 2x = 96 \text{ منه } (m+1) \times 2x = 96$$

$$\text{منه } (m+1)x = 96 \div 2 \text{ أي } (m+1)x = 48$$

نستنتج إذن أن x قاسم مشترك للعددين 57 و 48 و بالتالي x قاسم لـ $\text{pgcd}(57; 48)$ نحسبه بخوارزمية إقليدس.

$$\begin{cases} 57 = 48 \times 1 + 9 \\ 48 = 9 \times 5 + 3 \\ 9 = 3 \times 3 + 0 \end{cases} \Rightarrow \text{PGCD}(57; 48) = 3$$

قواسم 3 هي 1 و 3 إذن $x = 1$ أو $x = 3$.

نستنتج أن القيم الممكنة لبعدي المستطيل الواحد هي :

$$1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \quad \text{أو} \quad 3 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$$

طريقة أخرى: إذا قسمنا كل مستطيل إلى جزأين متماثلين، سنحصل على مربعات متماثلة طول ضلع كل منها x و عددها زوجي طولاً و عرضاً و بالتالي $2x$ يقسم كلا من 114 و 96 منه x قاسم مشترك للعددين 57 و 48. ثم نواصل بنفس الطريقة

(ب) $\rightarrow$: مستطيلات $1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ (الحالة $x = 1$)

مساحة الصفيحة هي 10944 cm^2 . $\mathcal{S} = 114 \times 96 = 10944$

مساحة المستطيل الواحد هي 2 cm^2 . $s = 1 \times 2 = 2$

إذن يلزمنا 5472 مستطيلاً. $\frac{\mathcal{S}}{s} = \frac{10944}{2} = 5472$

طريقة أخرى : وجدنا سابقاً أن $nx = 57$ و $(m+1)x = 48$.

من أجل $x = 1$ فإن $n = 57$ و $m+1 = 48$ أي $m = 47$.

– يلزمنا 57 مستطيلاً في السطر العلوي و 57 في السطر السفلي بمجموع 114 مستطيلاً.

– في الجزء المتبقي (بدون السطرين العلوي و السفلي)، يلزمنا 47 مستطيلاً عرضاً و 114 مستطيلاً طولاً و بالتالي يلزمنا $5358 = 47 \times 114$ مستطيلاً.

– المجموع $114 + 5358$ أي 5472 مستطيلاً.

$\rightarrow$: مستطيلات $3 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ (الحالة $x = 3$)

مساحة الصفيحة هي 10944 cm^2 . $\mathcal{S} = 114 \times 96 = 10944$

مساحة المستطيل الواحد هي 18 cm^2 . $s = 3 \times 6 = 18$

إذن تلزمنا 608 مستطيلات. $\frac{\mathcal{S}}{s} = \frac{10944}{18} = 608$

طريقة أخرى : وجدنا سابقاً أن $nx = 57$ و $(m+1)x = 48$.

من أجل $x = 3$ فإن $n = 19$ و $m+1 = 16$ أي $m = 15$.

– يلزمنا 19 مستطيلاً في السطر العلوي و 19 في السطر السفلي بمجموع 38 مستطيلاً.

– في الجزء المتبقي (بدون السطرين العلوي و السفلي)، يلزمنا 15 مستطيلاً عرضاً و 38 مستطيلاً طولاً و بالتالي يلزمنا $570 = 15 \times 38$ مستطيلاً.

– المجموع $38 + 570$ أي 608 مستطيلات.