

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 3 رياضيات.

المدة: ساعتين .

التمرين الأول

أجب بصحيح او خطأ مع التعليل.

① الدالة المعرفة بالعلاقة $f(x) = -e^{-\frac{1}{2}x} + 2$ و التي يمر منحناها البياني من النقطة $A(0.1)$ هي حل للمعادلة التفاضلية : $2y' + y = 2$.

② منحني الدالة f المعرفة بـ $f(x) = 1 - x + \ln(e^x + xe^x)$ هو صورة منحني $x \mapsto \ln x$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i} + \vec{j}$.

③ الدالة f المعرفة على $[0, +\infty[$ بالعلاقة
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{x-\ln x} & x \in]0, +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$
 مستمرة وقابلة للاستقاق على $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني

f الدالة المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي $f(x) = \frac{3x}{2x+1}$ (C) منحناها البياني - الوثيقة المرفقة - .

I. (u_n) المتتالة المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

① مثل الحدود $u_0 ; u_1 ; u_2$ على محور الفواصل بالاستعانة بـ (C). ثم نمن سلوك المتتالية (u_n) .

② برهن أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_n \geq 1$.

③ أدرس إتجاه تغير (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة، أحسب عندئذ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

④ أ. بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$ ، $0 \leq (u_{n+1} - 1) \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$ ، ب. بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $(u_n - 1) \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

II. (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$

① بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها. ثم أكتب (v_n) بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ من جديد .

② أحسب بدلالة n المجموعين :

$$S_n = v_0 + \left(\frac{3}{5}\right)v_1 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 v_2 + \dots + \left(\frac{3}{5}\right)^n v_n.$$

،

$$T_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_{n-1}}.$$

التمرين الثالث

I. الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = x^2 + 2\ln x$.

- ① أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
- ② بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $]0, +\infty[$ حلا وحيدا α ، ثم تحقق ان $0.75 < \alpha < 0.76$.
- ③ إستنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

II. الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بالعلاقة $f_k(x) = 1 - x + \frac{k}{x}(1 + \ln x)$ ، حيث k وسيط حقيقي. وليكن (C_K) المنحني الممثل للدالة f_k في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

- الجزء الاول :
- ① بين أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها (حل المعادلة $f_{k+1}(x) - f_k(x) = 0$).
 - ② ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الاوضاع النسبية للمنحنيين (C_k) و (C_{k+1}) .
 - ③ احسب نهايتي الدالة f_k عند $+\infty$ و 0 (ناقش حسب قيم k).
- الجزء الثاني :
- نأخذ $k = 2$ نجد : $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا. ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- ② بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
- ③ بين أنه من أجل كل x عدد حقيقي $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ، ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- ④ بين أن $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$ ثم استنتج أن $2.11 < f(\alpha) < 2.16$.
- ⑤ بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب تعيين معادلته.
- ⑥ بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما، $0.31 < \beta < 0.33$ و $2.50 < \gamma < 2.55$.
- ⑦ أرسم (C_f) ، (Δ) و (T) .
- ⑧ ناقش، بيانيا، حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E_1) حيث : $(E_1) : \frac{2}{x}(1 + \ln x) = m - 1$.

III. نعتبر الدالة k المعرفة على $]0, +\infty[$ بالعلاقة : $k(x) = -|1 - x| + \frac{2}{x}(1 + |\ln x|)$

- ① أكتب k دون رمز القيمة المطلقة.
- ② أدرس قابلية اشتقاق الدالة k عند $x = 1$ ، وفسر النتائج هندسيا.

الاسم واللقب :

