

الواجب المنزلي رقم 01 في مادة الرياضيات

يصاد يوم: 2025/10/16

القسم: سنة ثانية رياضيات

التمرين 01

f الدالة المعرفة على المجال $[-4; 3]$ ، جدول تغيراتها كالتالي :

x	-4	-3	-2	-1	1	3
$f(x)$	-4	0	1	0	-3	-1

1. حدّد إشارة $f(x)$ على المجال $[-4; 3]$.
2. عيّن: $\frac{1}{f}(1)$ ، $-2f(-2)$ ، $f \circ f \circ f(-2)$.
3. حدّد مجموعة تعريف كلا من الدالتين: $\sqrt{f}$ و $\frac{1}{f}$.
4. عيّن اتجاه تغير كلا من الدوال: $|f|$ ، $\sqrt{f}$ و $\frac{1}{f}$.

التمرين 02

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ ب: $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$.
2. فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-1; +\infty[$ و $]-\infty; -1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
4. أثبت أن النقطة $\Omega(-1; 3)$ مركز تناظر لـ (C_f) .
5. اشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة مقلوب (دون إنشاء).

6. دالة معرفة بـ : $g(x) = \frac{3|x|-2}{|x|+1}$

أ- عيّن مجموعة تعريف الدالة g .

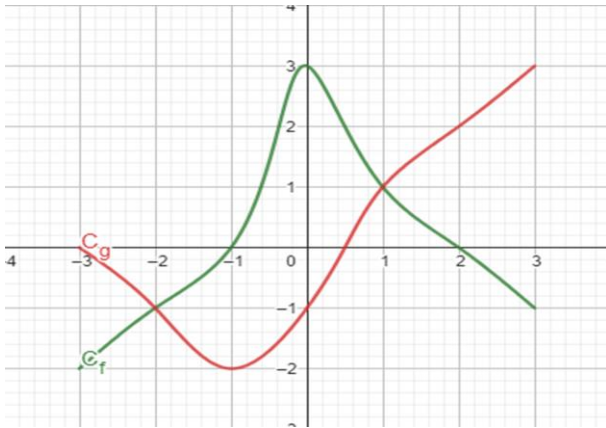
ب- أثبت أن دالة g زوجية ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ت- اكتب عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة.

ج- استنتج كيفية إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من (C_f) .

التمرين 03

ليكن (C_f) و (C_g) التمثيلين البيانيين للدالتين f و g كما هو موضح في الشكل المقابل:



1. عيّن $D_{f \circ g}$.

2. عيّن كلا من : $f + 2g(3)$, $\frac{g}{f}(0)$ و $f \circ g \circ f \circ g(0)$.

3. ادرس اتجاه تغير الدالة $f \circ g$ على المجال $[-3, -1]$

4. حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f(x)$.

5. حل بيانيا مايلي:

$$f \circ g(x) > 0, g \circ f(x) = -1, f(x) = g(x)$$

6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

$$f(x) = m$$

الإجابة النموذجية للواجب المنزلي 01 - سنة 2 رياضيات -

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x); x \in [-3; -1] \\ -f(x); x \in [-4; -3] \cup [-1; 3] \end{cases}$$

ومنه :

الدالة $|f|$ متزايدة تماماً على كل

من $[-1; 1]$ ، $[-3; -2]$

ومتناقصة تماماً على كل من $[-2; -1]$ ،

$[-4; -3]$ و $[1; 3]$

ب. الدالة $\sqrt{f}$

الدالة f متزايدة تماماً على $[-3; -2]$

ودالة الجذر التربيعي متزايدة

تماماً على $[0; 1]$ ومنه الدالة

$\sqrt{f}$ متزايدة تماماً على $[-3; -2]$

الدالة f متناقصة تماماً على

$[-2; -1]$ والدالة "الجذر التربيعي"

متزايدة تماماً على $[0; 1]$ ومنه

الدالة $\sqrt{f}$ متناقصة تماماً

على $[-2; -1]$

ج. الدالة $\frac{1}{f}$:

الدالة f متزايدة تماماً على

المجال $[-4; -3]$ ودالة المقلوب

متناقصة تماماً على $[-4; 0]$

ومنه $\frac{1}{f}$ متناقصة تماماً

على $[-4; -3]$

التصنيف 01 :

1. إشارة $f(x)$:

x	-4	-3	-1	3
$f(x)$	-	0	+	-

$$2. \frac{1}{f}(1) = \frac{1}{f(1)} = -\frac{1}{3}$$

$$-2f(-2) = -2(1) = -2$$

$$f \circ f \circ f(-2) = f(f(f(-2)))$$

$$= f(f(1))$$

$$= f(-3) = 0$$

3. مجموعة تعريف $\sqrt{f}$:

الدالة $\sqrt{f}$ معرفة من أجل كل

عدد حقيقي x من $[-4; 3]$

حيث $f(x) \geq 0$ ومنه $D = [-3; -1]$

ب. مجموعة تعريف الدالة $\frac{1}{f}$:

الدالة $\frac{1}{f}$ معرفة من أجل

كل عدد حقيقي x من $[-4; 3]$

حيث $f(x) \neq 0$ ومنه :

$$D = [-4; -3[\cup]-3; -1[\cup]-1; 3]$$

4. اتجاه تغير الدوال :

أ. الدالة $|f|$:

الدالة f متزايدة تماما على

المجال $[-2; 3]$ والدالة

مقلوب متناقصة تماما على $[0; 1]$

ومنه $\frac{1}{f}$ متناقصة تماما على $[2; 3]$

الدالة f متناقصة تماما على

$[-2; -1]$ والدالة مقلوب متناقصة

تماما على $[0; 1]$ ومنه $\frac{1}{f}$

متزايدة تماما على $[-2; -1]$

الدالة $\frac{1}{f}$ متزايدة تماما

على المجال $[1; 3]$ و متناقصة

تماما على $[1; 3]$.

التمرين 02:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\}; \quad f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$$

1. تعيين a و b :

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$

$$f(x) = \frac{3x-2}{x+1} = \frac{3(x+1)-5}{x+1} \\ = 3 - \frac{5}{x+1}$$

$$\text{ومنه } a = 3 \text{ و } b = -5$$

2. تفكيك الدالة f :

$$f: x \xrightarrow{u} x+1 \xrightarrow{v} 3 - \frac{5}{x+1}$$

$$f = v \circ u \quad \text{ومنه}$$

حيث:

$$u(x) = x+1$$

$$v(x) = 3 - \frac{5}{x}$$

3. اتجاه تغير الدالة f :

الدالة u متزايدة تماما على

$[-1; +\infty[$ والدالة v متزايدة

تماما على المجال $[-1; 0]$

ومنه الدالة f متزايدة تماما

على المجال $[-1; -1]$.

الدالة u متزايدة تماما على

$[-1; +\infty[$ والدالة v متزايدة

تماما على $[0; +\infty[$ ومنه

الدالة f متزايدة تماما على

المجال $[-1; +\infty[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$			

4. إثبات أن f مركز تناظر

(φ) :

لدينا من أجل كل x من

$\mathbb{R} - \{-1\}$: $x \neq -1$ معناه

$-x \neq 1$ ومنه $-2-x \neq -1$ و

$(-2-x) \in \mathbb{R} - \{-1\}$

ولدينا:

$$f(-2-x) + f(x) =$$

$$3 - \frac{5}{-2-x+1} + 3 - \frac{5}{x+1} =$$

$$g(x) = \frac{3|x| - 2}{|x| + 1}$$

أ- الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$

ب- اثبات أن g دالة زوجية:

المجموعة $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة
إلى الصفر، ومن أجل كل عدد

حقيقي x :

$$g(-x) = \frac{3|-x| - 2}{|-x| + 1} = g(x)$$

ومن ثم g دالة زوجية.

هنا نلاحظ: (C_g) متناظر بالنسبة

إلى حامل محور الترتيب.

ت- عبارة الدالة g :

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3x - 2}{x + 1} = f(x); & x > 0 \\ \frac{-3x - 2}{-x + 1}; & x \leq 0 \end{cases}$$

ج- كيفية إنشاء (C_g)

على المجال $]0; +\infty[$: $g(x) = f(x)$

ومن ثم (C_g) ينطبق على (C_f) .

على المجال $] -\infty; 0]$:

الدالة g زوجية ونحسبها

البياني متناظر بالنسبة إلى محور

الترتيب.

$$6 + \frac{5}{x+1} - \frac{5}{x+1} = 2(3)$$

أذن $\Omega(-1; 3)$ من $\mathbb{R}$

تناظر J (C_f)

ملاحظة: يمكن استعمال

طريقة دسايتر تغيير المتكامل

5. كيفية إنشاء (C_f) :

يمكن إنشاء التمثيل

البياني للدالة مقبول

ثم بالنسبة إلى شقاعة $(-1; 0)$

نتصل على التمثيل البياني (P)

للدالة $\frac{1}{x+1}$ و $x \rightarrow -1$

وبعض n تنزيه كل نقطة

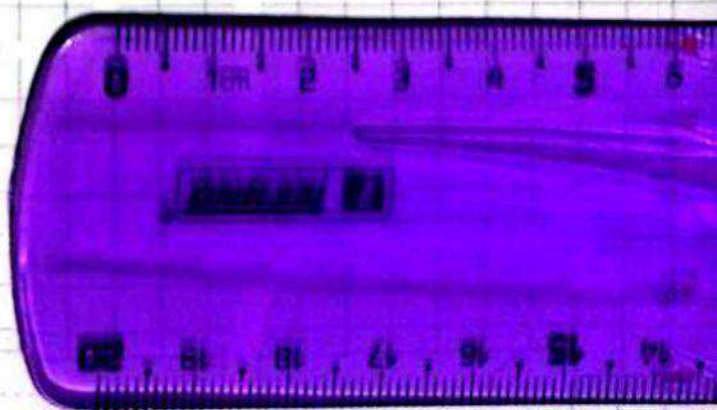
من (P) في الحد 5 - نتصل

على (C) التمثيل البياني J

$x \rightarrow -\frac{5}{x+1}$ ثم بالنسبة إلى

شقاعة $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ نتصل على

(C_f)



التصنيف 03 :

1. تجريبية : $D_{f \circ g}$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in D_g \text{ و } g(x) \in D_f\}$$

$$D_{f \circ g} = [-3; 3]$$

2.

$$\begin{aligned} (f+2g)(3) &= f(3) + 2g(3) \\ &= -1 + 2(3) \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\frac{g}{f}(0) = \frac{g(0)}{f(0)} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} f \circ g \circ f \circ g(0) &= f(g(f(-1))) \\ &= f(g(0)) \\ &= f(-1) = 0 \end{aligned}$$

3. اتجاه تعين الدالة $f \circ g$
 الدالة g متناقصة تماماً
 على المجال $[-3; -1]$ والدالة
 f متزايدة تماماً على المجال
 $[-2; 0]$ ومنه الدالة $f \circ g$
 متناقصة تماماً على $[-3; -1]$

4. إشارة $f(x)$:

x	-3	-1	2	3
$f(x)$	-	0	+	-

5. بإبنا :

معناه : $f(x) = g(x)$

$$S = \{-2; 1\}$$

$$g(f(x)) = -1 \text{ معناه } g \circ f(x) = -1$$

$$x = -3 \text{ و } f(x) = -2 \text{ و } g(f(x)) = -1$$

$$x = 0 \text{ و } f(x) = 1 \text{ و } g(f(x)) = -1$$

$$S = \{-3; 0\} \text{ إذن}$$

$$f(g(x)) > 0 \text{ معناه } f \circ g(x) > 0$$

$$-1 < g(x) < 2 \text{ ومنه}$$

$$x \in [-3; -2[\cup]0; 2[\text{ ومنه}$$

6. المناقشة البانية :

من أجل $m \in [-1; 3]$ أو $m = 3$:

المعادلة تقبل حلاً وحيداً

من أجل $m \in [-1; 3]$: المعادلة

تقبل حلاً متمايزين