

فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة :

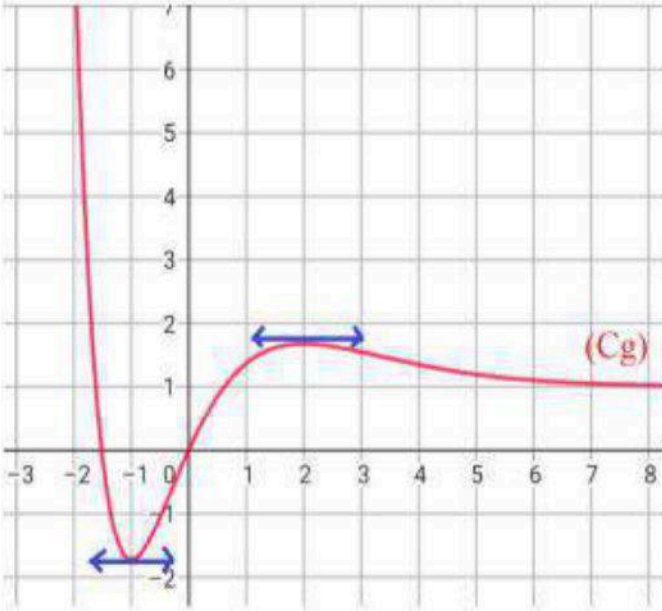
$$g(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x} + c \quad , \text{ حيث } a, b, c \text{ أعداد حقيقية وليكن } (C_g) \text{ تمثيلها البياني في م.م.م. } (0; \vec{i}, \vec{j})$$

1- براءة بيانية :

أ- عين نهايات الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$ ب- عين $g(0)$, $g'(-1)$ ج- احسب $g'(x)$ بدلالة a و b

د- باستعمال المعطيات السابقة بين أن :

$$g(x) = (x^2 + x - 1)e^{-x} + 1$$

هـ- شكل جدول تغيرات الدالة g 2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد $-1.52 < \alpha < -1.51$ 3- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = (x^2 + 3x + 2)e^{-x} - x$ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ 1- احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$ 2- أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ب- استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) 3- أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = -g(x)$ ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .4- بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف بطلب تعيين إحداثيهما5- انشئ (Δ) و (C_f) مع أخذ : $f(\alpha) = 0.38$ 

التصحيح النموذجي للفرقة الأولى شعبة الأول في الرياضيات - 2026 - 2024/2023

أ. $g(-1,52) \times g(-1,51) < 0$

حسب نظرية القيمة المتوسطة، المتباينة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد x في المجال $[-1,52; -1,51]$

من جدول التغيرات (أو من المميز (9)). $g(x)$ $\sim$ $! -3$

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$g(x)$		+	-	+

$f(x) = (x^2 + 3x + 2)e^{-x} - x$ - II

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 + 3x + 2)e^{-x} - x}{1} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 + 3x + 2)e^{-x} - x}{1} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3x + 2)e^{-x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{e^x} + \frac{3x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right) = 0$

لذا، $y = -x$ ، مع y ، ما قبل (9) في جواب +

ندرس! شارة الفرق $f(x) - y = (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$ و $e^{-x} > 0$ ، لذا من أجل $x^2 + 3x + 2 = 0$ نجد $x_1 = -2$ و $x_2 = -1$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$f(x) - y$		+	-	+
الوضع النسبي	(9) موقع (Δ)	(9) تقاطع (Δ)	(9) تقاطع (Δ)	(9) موقع (Δ)

$f'(x) = (2x+3)(e^{-x}) + (-e^{-x})(x^2+3x+2) - 1$

$f'(x) = (-x^2 - x + 1)e^{-x} - 1$
 $= -[(x^2 + x - 1)e^{-x} + 1] = -g(x)$

النموذجي

$g(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x} + c$ - I

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ - P

$g'(-1) = 0$; $g(0) = 0$ - O
(مساحة أفقية عند $x=1$)

$g'(x) = (2x+a)e^{-x} - (e^{-x})(x^2+ax+b)$
 $= [-x^2 + (2-a)x + (a-b)]e^{-x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ - Q

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x^2 + ax + b]e^{-x} + c = 1$ - A

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2}{e^x} + \frac{ax}{e^x} + \frac{b}{e^x} + c \right] = 1$

$c = 1$ - B

$g(0) = 0$ - C

$b + c = 0$ - D

$g'(-1) = 0$ - E

$(-1-2+a+a-b)e = 0$ - F

$2a = 2$ - G

$a = 1$ - H

$g(x) = (x^2 + x - 1)e^{-x} + 1$ - I

جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$g(x)$					

g - 2، g - 2، g - 2

$[-1,52; -1,51]$ - 3

$g(-1,52) \approx 0,04$

$g(-1,51) \approx -0,04$

بأن حد دل القيرات :

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2	$-\infty$

لذلك إشارة f' على إشارة $-g(x)$

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	-

f متزايدة على ما يلي $]-\infty, \alpha]$ و $[0, +\infty[$

و f متزايدة على ما يلي $[0, \alpha]$

4- التحقق أن (f) يقبل نقطتي إنعطاف.

نبدأ

$$f'(x) = -g(x) \quad \text{أي} \quad f''(x) = -g'(x) \quad \text{و} \quad f''(x) = -(x^2 + x + 2)e^{-x}$$

$$\text{أي} \quad f''(x) = (x^2 - x - 2)e^{-x}$$

إشارة f'' من إشارة $x^2 - x - 2$ و $e^{-x} > 0$

يحل المعادلة $x^2 - x - 2 = 0$ نصلح $x_1 = -1$ و $x_2 = 2$

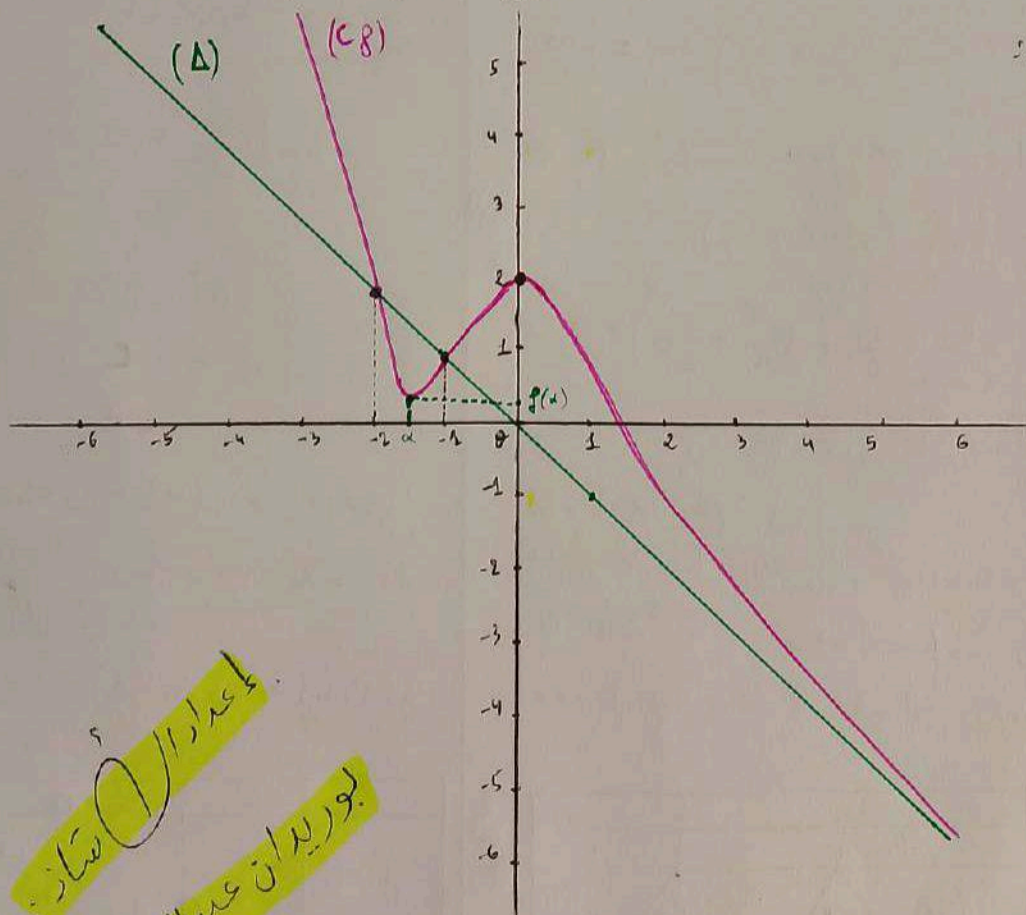
نلاحظ أن المشتقة الثانية $f''(x)$ انعدمت

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f''(x)$		$+$	$-$	$+$

عند $x = -1$ و $x = 2$ متغيرة إشارة

لذلك، (f) يقبل نقطتي إنعطاف عند $x = -1$ و $x = 2$

5/ أجبنا



أحمد دارالسلام
لوريده ان عبد النور