



Yes
we can!

الدورة: 2021

عبدالرحمن



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

نانوية هارون الرئيس بشار الجريد

امتحان بكالوريا تجريبي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:



الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

(1) (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول v_0 و أساسها q حيث:

$$v_0 + v_1 = 30 \quad \text{و} \quad v_0 \times v_2 = 576$$

(P) $v_{n+1} - v_n$ يساوي:

(ج) $3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$

(ب) 3×4^n

(أ) 18×4^n

(B) المجموع $S_n = \ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right) + \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \dots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)$ يساوي :

(ج) $\ln\left(\frac{1-n^2}{2}\right)$

(ب) $\ln(3 \times 4^n)$

(أ) $n \ln 4$

(2) f الدالة العددية المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = (\ln x)^2 + 2 \ln x - 3$.

(P) على المجال $[0; +\infty[$ الدالة f :

(ج) ليست رتيبة

(ب) متزايدة تماما

(أ) متناقصة تماما

(B) مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$ هي:

(ج) $[-3; 1[$

(ب) $[e^{-3}; e]$

(أ) $[\ln 2; e]$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n \\ u_1 = 1 \quad \text{و} \quad u_0 = 0 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي:

(1) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ و $w_n = 5^n u_n$.

بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

بين أن المتتالية $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حسابية أساسها 5.

(2) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن: $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$.

(4) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن: $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$; ثم أحسب النهاية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

الإستاذ ل. عبد الرحمن
المرشد م. بن بوزيد



التمرين الثالث: (05 نقاط)

يتكون مكتب للدراسات من 20 مهندسا ومهندسة يتوزعون حسب الجنس والتخصص كما هو مبين في الجدول أسفله .

التخصص	الذكور	الإناث
الإعلاميات	5	3
الهندسة المدنية	8	4

تم اختيار ثلاثة عناصر من هذا المكتب عشوائيا وفي آن واحد للمشاركة في إحدى الدورات التكوينية.

نعتبر الحادثتين A : " العناصر التي وقع عليها الاختيار كلها من الإناث " .

و B : " العناصر التي وقع عليها الاختيار كلها من نفس التخصص " .

(1) بيّن أن: $P(A) = \frac{7}{228}$ ثم احسب: $P(B)$ و $P(A \cap B)$.

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد تخصصات العناصر التي وقع عليها الاختيار.

(أ) بين أن $p(X=1) = \frac{69}{285}$ ثم استنتج قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(ب) احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x+3)e^x - 1$

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,8 < \alpha < -0,7$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاريا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .

(4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$ (يعطى $f(\alpha) \approx -0,7$)

(5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = |x| \left(e^{|x|-2} - 1 \right) + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أن الدالة h زوجية .

ب) تأكد أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$ فإن : $h(x) = f(x-2) + 1$.

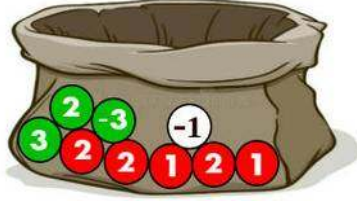
ج) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) على المجال $[-3; 3]$.  بالتوفيق

الموضوع الثاني



التمرين الأول: (04 نقاط)

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:
خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1, 1, 2, 2, 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3, 2, -3 وكريه بيضاء مرقمة بـ: -1
نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.



(1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر الأرقام المحصل عليها.

(أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله .

(ب) احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

(ج) احسب احتمال الحادثة: " $X^2 - X > 0$ ".

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$.

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A, B, C و D التي لواحقها: $z_A = -1 + \sqrt{3}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$, $z_C = \bar{z}_B$ و $z_D = 4i$.

(1) (أ) اكتب z_D و z_B على الشكل الأسّي ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد z_C .

(ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $(z_C - z_B)^n$ عددا حقيقيا.

(2) (أ) بيّن أنّ $z_B - z_A = i(z_C - z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

(ب) استنتج أنّ: B هي صورة C بدوران r يطلب تعيين عناصره المميزة.

(3) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب L حيث $L = \frac{z_C - z_A}{z_C}$.

(4) بيّن أنّ: $L = \frac{\sqrt{6}}{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$

(5) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z حيث: $\arg(z+4) = \frac{\pi}{4}$.

- تحقّق أنّ النقطة D تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن المجموعة (Γ) .

الإستاذ ل. عبد الرحمن
مدرسة ابن خلدون
بجدة

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بعدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3}$$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ :

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$$

(1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .

(2) عبّر بدلالة n عن عبارة الحد العام v_n .

(3) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

(3) تحقق أن: $\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n .

(3) استنتج بدلالة n المجموع: $S'_n = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + \dots + \frac{1}{u_n + 2}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x + 1 - x \ln x$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $3,5 < \alpha < 3,6$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني

(1) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = 0$ و $y = 0$.

(2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

د- احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسّر النتيجة هندسياً .

(3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$ ، ثم ارسم (C_f) .

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماماً x و m وسيط حقيقي:

$$x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots (E)$$

أ- تحقق أن المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x - m$.

ب- عيّن بيانياً قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين متميزين .

(5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ- بين أن الدالة h زوجية.

ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .

بالنوفيق

انتهى الموضوع الثاني