

ثانوية حشامة بن عودة - سيدي لخضر -

المستوى : 3 تقني رياضي

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة : 3 ساعات

السنة الدراسية : 2022 / 2023

التمرين الأول :

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 4^n على 7.
2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون العدد $(2 \times 2006^{3n+2} + 1424^{6n+1})$ قابلا للقسمة على 7.
3. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $U_n = 2 \times 3^n + 3 \times 4^n$.

(أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ (ب) ماهي قيم الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها S_n قابلا للقسمة على 7

التمرين الثاني :

g الدالة العددية المعرفة على $]-2; +\infty[$ كما يلي $g(x) = x - \ln(x+2)$ و (C) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوثيقة المرفقة)

1. بقراءة بيانية حدد إتجاه تغير الدالة g .
2. نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $U_0 = 3$ و $U_{n+1} = g(U_n)$
- (أ) مثل على محور الفواصل الحدود U_0, U_1, U_2, U_3 مستعينا بالمنحنى (C) مظهرا خطوط الرسم.
- (ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها
3. (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \geq -1$
- (ب) أدرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) .
- (ج) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة و أحسب نهايتها.
4. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_0 = 0$ و $V_n = \ln[(U_0 + 2)(U_1 + 2)(U_2 + 2) \dots (U_{n-1} + 2)]$.

(أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 3 - U_n$.(ب) أحسب P_n و S_n بدلالة n حيث :

$$P_n = e^{U_0+V_0} \times e^{U_1+V_1} \times \dots \times e^{U_{n-1}+V_{n-1}} \text{ و } S_n = \ln[(U_0 + 2)(U_1 + 2)(U_2 + 2) \dots (U_{n-1} + 2)]$$

(ج) استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (U_0 + 2)(U_1 + 2)(U_2 + 2) \dots (U_{n-1} + 2)$

التمرين الثالث :

الجزء الأول :

نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E) \dots y' + y = e^{-x}$

1. بين أن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x) = xe^{-x}$ حل للمعادلة (E) .
2. حل المعادلة التفاضلية : $(E_0) \dots y' + y = 0$.
3. بين أن الدالة v المعرفة و القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ تكون حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت $v - u$ حلا للمعادلة (E_0) .
4. استنتج جميع حلول المعادلة (E) .
5. عين الدالة f_2 حل المعادلة (E) التي تأخذ القيمة 2 من أجل 0.

الجزء الثاني :

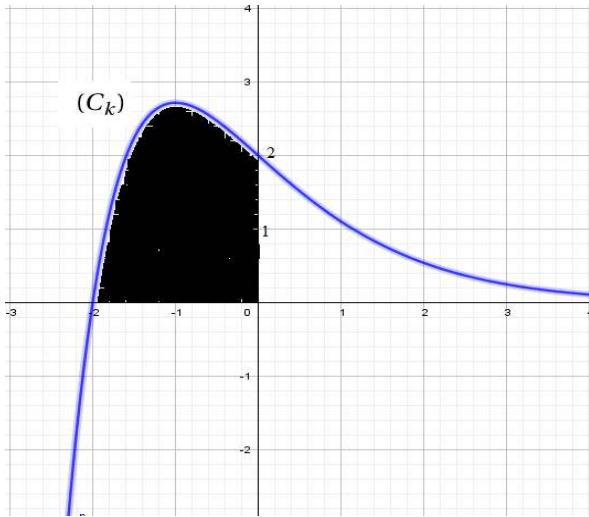
k عدد حقيقي معطى نرمز بـ f_k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كيلي : $f_k(x) = (x+k)e^{-x}$
نرمز بـ (C_k) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. عين نهايات f_k عند $-\infty$ و عند $+\infty$
2. أحسب f'_k من أجل كل عدد حقيقي x .
3. شكل جدول تغيرات الدالة f_k

الجزء الثالث :

نعتبر متتالية التكاملات I_n المعرفة بـ $I_0 = \int_{-2}^0 e^{-x} dx$ و من اجل كل عدد طبيعي : $n \geq 1$: $I_n = \int_{-2}^0 x^n e^{-x} dx$

1. أحسب القيمة المضبوطة لـ I_0 .
2. باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $I_{n+1} = (-2)^{n+1} e^2 + (n+1)I_n$.
3. استنتج القيم المضبوطة لـ I_1 و I_2 و $A = \int_{-2}^0 \frac{1}{e^x} (1+x+x^2) dx$

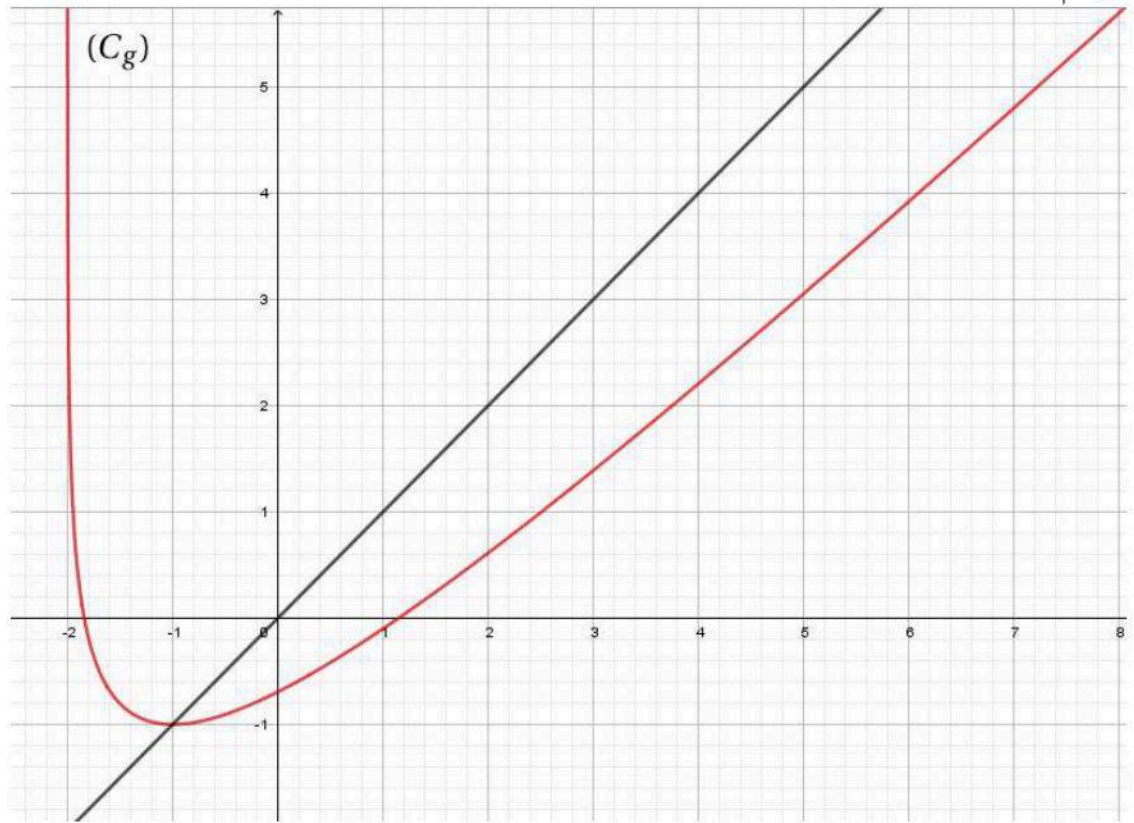


4. التمثيل البياني الموالي (C_k) هو لدالة f_k المعرفة في الجزء الثاني

(أ) باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل عين قيمة k المرفقة بالمنحنى (C_k) .

(ب) لتكن S مساحة الجزء المظلل مقدرة بوحدة المساحات . عبر عن S بدلالة I_0 و I_1 ثم استنتج القيمة المضبوطة للمساحة S

الإسم و اللقب :



الإسم و اللقب :

