

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول : (20 نقطة)

التمرين الأول: (04 نقاط)

- 1 أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$ حيث z هو المجهول.
- ب) استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول z : $(\bar{z} + 3)^2 - 2(\bar{z} + 3) + 2 = 0$ حيث $\bar{z}$ مرافق z .
- 2 المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$
- النقط A, B, M لواحقتها $(1-i), (1+i), z$ على الترتيب.
- أ- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $z = 1-i + ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}^+$.
- ب- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|z - 1 + i| = |z - 1 - i|$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- 1 أ) عين الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2009
- u_0 و a عدنان طبيعيين غير معدومين، (u_n) متتالية هندسية أساسها a وحدها الأول u_0 بحيث
- $u_1^2 + u_2 + 35a^2 = 2009$
- ب) احسب a و u_0 .
- نضع $a = 7$ و $u_0 = 2$ ، احسب u_n بدلالة n
- نضع $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
- أ) عبّر عن s_n بدلالة n
- ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $s_n = 800$

التمرين الثالث: (07 نقاط)

- تعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$
- وكن $(\mathcal{G}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
2. ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.
3. بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.
- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $-\infty$.
4. بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7 < \alpha < -1,6$
5. ارسم $(\mathcal{C}_f)$ من أجل $x \in \mathbb{R}$
6. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$
7. احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيمات ذات المعادلات :
 $x = \alpha$ و $x = 0$ و $y = x + 2$
 بين أن $\mathcal{A}(\alpha) = 2 \ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$

التمرين الرابع: (05 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

(Δ) مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطى معطى بالجملة التالية: $t \in \mathbb{R}$; $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -t + 2 \\ z = t + 1 \end{cases}$

P مستو معرف بالمعادلة $x + 3y + z + 1 = 0$

عين في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل

1	A_1 : النقطة $A(1,1,2)$ تنتمي إلى (Δ)	B_1 : النقطة $B(-1,0,2)$ تنتمي إلى (Δ)	C_1 : النقطة $C(0, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ تنتمي إلى (Δ)
2	A_2 : $\vec{u}(-1, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2})$ شعاع توجيه (Δ)	B_2 : $\vec{u}'(1,3,1)$ شعاع توجيه (Δ)	C_2 : $\vec{u}''(3,1,0)$ شعاع توجيه (Δ)
3	A_3 : (Δ) محتوئى في P	B_3 : (Δ) يقطع P	C_3 : (Δ) يوازي P
4	A_4 : المستوي Q_1 ذو المعادلة $x + 3y + z - 3 = 0$ يعامد P	B_4 : المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x - y + \frac{1}{2}z = 0$ يعامد P	C_4 : المستوي Q_3 ذو المعادلة $x - y + 2z + 5 = 0$ يعامد P
5	A_5 : المسافة بين النقطة $D(1,1,1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	B_5 : المسافة بين النقطة $O(0,0,0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	C_5 : المسافة بين النقطة $(1,3,0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

تمرين الأول: (04 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: (1) $z^2 - 6z + 18 = 0$
 2. ليكن العدد المركب z_1 حيث $z_1 = 3 - 3i$
 (i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)
 (أ) اكتب z_1 على الشكل الأسّي .
 (ب) احسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث $z_1 \times z_3 = 6(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12})$
 استنتج قيمتي $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$.
 3. نعتبر في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B ، C ذات اللاحقات $3+3i$ ، $3-3i$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{6}}{2}$ على الترتيب
 (أ) عيّن قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;-1), (C;\alpha)\}$ مرجحا نرسم له بالرمز G_α
 (ب) عيّن مجموعة النقط G_α لما يتغير α في $\mathbb{R}^*$.

تمرين الثاني: (05 نقاط)

1. نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1,1,2)$ ، $B(-1,0,-2)$ ، $C(-1,0,-6)$
 بيّن أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA^2 - MB^2 = 1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB)
 نرسم له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له.
 2. لتكن S مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$
 برهن أن S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R
 3. G نقطة من الفضاء معرفة بالعلاقة: $\vec{GA} - \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
 (أ) عيّن إحداثيات G ثم تأكد أنها تنتمي إلى S .
 (ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G .

تمرين الثالث: (07 نقاط)

1. g دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x + \ln x$
 (أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.
 (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g .
 (ج) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$ فإن $g(x) \neq 0$.
 2. لتكن f دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{6 \ln x}{2x + \ln x}$
 (أ) بيّن أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{x}{2 + \frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x \in [1; +\infty[$.
 (ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f
 (د) شكل جدول تغيرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متميزين؟
 (هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث $(\mathcal{C}_f)$ يرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على $[1; +\infty[$ بالعلاقة: $h(x) = f(e^x)$ و $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.
 (أ) شكل جدول تغيرات الدالة h .
 (ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى $(\mathcal{C}_h)$ عند النقطة التي فاصلتها 1.
 (ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_h)$ في نفس المعلم السابق.

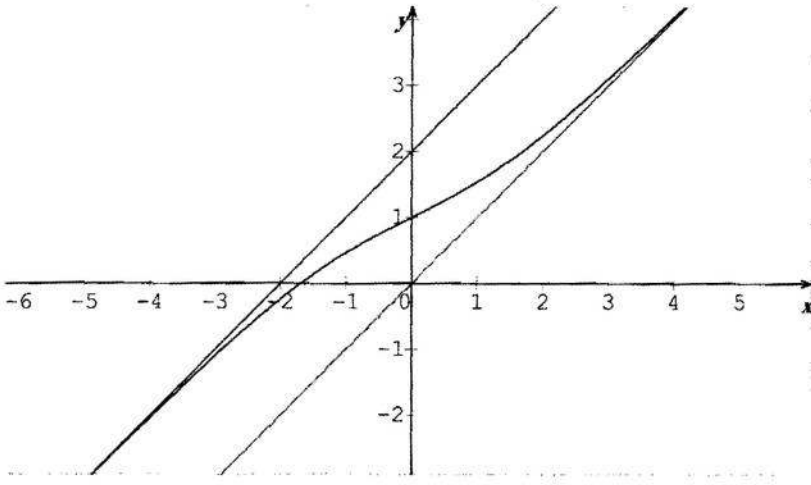
التمرين الرابع: (04 نقاط)

1. حل المعادلة التفاضلية: $y' = (\ln 2)y$
2. نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0) = 1$ ، عيّن عبارة $f(x)$
3. n عدد طبيعي.
 (أ) ادرس بواقى القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .
 (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $4 - (2009)f$.
4. (أ) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$.
 (ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7.

الإجابة النموذجية وسلم التقييم لامتحان شهادة البكالوريا دورة 2009
المادة : رياضيات الشعبة: تقني رياضي

الإجابة النموذجية وسلم التقييم

محاو الموضوع	عناصر الإجابة		العلامة	
	مجزأة	المجموع		
الأعداد المركبة	الموضوع الأول			
	التمرين الأول : (04 نقط)			
	1	 $z_2 = 1 - i$, $z_1 = 1 + i$, $\Delta' = i^2$ (أ) (1)		
	1	 $z'' = -2 + i$, $z' = -2 - i$ (ب)		
المتتاليات	1	 (أ) (2) (Γ) هي نصف المستقيم الذي مبدؤه A و شعاع توجيهه $\vec{v}$ يحقق $(\vec{i}, \vec{v}) = \frac{5\pi}{4}$		
	1	 (ب) (E) هي محور قطعة المستقيم $[AB]$		
المتتاليات	التمرين الثاني : (04 نقط)			
	0.5	 (أ) $1 - 49 \times 2009$ الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2009 هي 1 و 7.....		
	0.5	 (ب) حساب u_0 : $u_0^2 \cdot a^2 + u_0 \cdot a^2 + 35a^2 = 2009$		
	0.75	 $u_0^2 + u_0 + 35 = \frac{2009}{a^2}$ ومنه $a = 7$ او $a = 1$ مرفوض		
	0.25	 $a = 7; u_0 = 2$		
	0.75	 (2) عبارة u_n بدلالة العدد n		
	0.75	 (3) أ- عبارة u_n بدلالة n		
	0.5	 ب- $n = 3$		
	التمرين الثالث (07 نقاط)			
	0.5+0.5	 (1) $f(x) + f(-x) = 2$ و $\omega(0;1)$ مركز تناظر		

العلامة المجموع	جزء	عناصر الإجابة	محاور الموضوع
07	0.5+0.25 0.25+0.5 0.5 0.5 0.25×4 0.5 0.5 0.5+0.25 0.5 0.25	(2) تغيرات الدالة : حساب النهاية و $f'(x) = \frac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}$ جدول التغيرات و إشارة المشتق : (3) تبين أن المستقيم الذي معادلته $y = x$ مقارب عند $+\infty$ حساب و استنتاج المستقيم المقارب عند $-\infty$ (4) تبين أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد $\alpha : -1.7 < \alpha < -1.6$ استعمال مبرهنة القيم المتوسطة (5) رسم المنحنى  (6) تبين أن $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$ (7) حساب المساحة : $A(\alpha) = \int_{\alpha}^0 (y - f(x)) dx = [2x + 2\ln(e^{-x} + 1)]_{\alpha}^0$ $A(\alpha) = 2[\ln 2 - \ln(e^{\alpha} + 1)] = 2\ln(-\alpha)$ حصر العدد $A(\alpha)$	الدوال العددية
05	0.25×2+0.5 4×0.25 2×0.25+0.5 1 0.5×2	التمرين الرابع (05نقط) (1) $A_1; C_1$ مع التعليق (2) A_2 مع التعليق (تعيين شعاع توجيه (Δ)) (3) C_3 مع التعليق $\vec{n} \perp \vec{u}$ و $2t - 1 + 3(-t + 2) + t + 1 + 1 = 0$ مستحيلة الحل) (4) C_4 مع التعليق (5) استعمال المسافة بين نقطة و مستوى كل الإجابات صحيحة .	الهندسة الفضائية

الإجابة النموذجية وسلم التقييط لامتحان شهادة البكالوريا دورة 2009
المادة : رياضيات الشعبة: تقني رياضي

الإجابة النموذجية وسلم التقييط

محاو الموضوع	عناصر الإجابة		العلامة	
			مجزأة	المجموع
	الموضوع الثاني			
	التمرين الأول: (04 نقط)			
	1. حلا المعادلة : $\Delta = (6i)^2$ ، $z_1 = 3 - 3i$ ، $z_2 = 3 + 3i$		0,25×3	
	2. (أ) $z_1 = 3\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$		0,5	
	(ب) $Arg(z_3) = \frac{\pi}{3}$ ، $ z_3 = \sqrt{2}$		0,5×2	
	$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ، $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$		0,25×2	
	3. (أ) $\alpha \in \mathbb{R}^*$		0,25	
	(ب) $G_\alpha \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\alpha\sqrt{6}-12}{2\alpha} \right)$		0,25	
04	مجموعة النقط G_α هي المستقيم ذي المعادلة $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ما عدا النقطة $D \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2} \right)$		0,75	
	التمرين الثاني: (05 نقط)			
	1. المجموعة المعطاة مميزة بالمعادلة: $2x + y + 4z = 0$ وهي مستو p		1	
	الشعاع الناظم على p هو $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ ، $\vec{AB}(-2; -1; -4)$		0,25×2	
	بالحساب نجد $\vec{AB} = -\vec{n}$ ومنه p عمودي على (AB)		0,25×2	
	2. معادلة S هي $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$		0,5	
	منه S سطح كرة مركزها $\Omega(1,1,1)$ ونصف قطرها $R = 3$		0,25×2	
	3. (أ) $G(1,1,-2)$		0,5	
05	$G \in S$ لأن إحداثيات G تحقق معادلة S		0,5	

العلامة		عناصر الإجابة	محاوَر الموضوع						
المجموع	مجزأة								
	0,5×2	ب) لتكن M نقطة من المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G إذن $\overrightarrow{G\Omega GM} = 0$ ومنه نجد $z + 2 = 0$							
07	0.25	التمرين الثالث: (07 نقط) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$	الدوال العددية						
	0.25×3	ب) $g'(x) = 2 + \frac{1}{x}$ ، $g'(x) > 0$ منه g متزايدة تماما على $[1; +\infty[$ ج) لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $g(1) = 2$ و g متزايدة تماما على $[1; +\infty[$ إذن							
	0.25	$g(x) \geq 2$ و.هـ. م							
	0,5	2. أ) كتابة على الشكل $f(x) = \frac{6 \frac{\ln x}{x}}{2 + \frac{\ln x}{x}}$							
	0.5+0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ نستنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى معادلته $y = 0$							
	0,5	ج) $f'(x) = \frac{12 - 12 \ln x}{(2x + \ln x)^2}$							
	0,25	$f'(x) \geq 0$ على المجال $[1; e]$ منه f متزايدة تماما على $[1; e]$							
	0,25	$f'(x) < 0$ على المجال $]e; +\infty[$ منه f متناقصة تماما على $]e; +\infty[$							
	0,5	د) جدول التغيرات							
	0,5	تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متمايزين إذا وفقط إذا كان $k \in]0; f(e)[$							
	0,5	هـ) معادلة (Δ_1)							
		0,5		3- أ- جدول تغيراتها الدالة h : <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td>$\frac{6}{2e+1}$</td><td>0</td></tr></table>	x	1	$+\infty$	$h(x)$	$\frac{6}{2e+1}$
x	1	$+\infty$							
$h(x)$	$\frac{6}{2e+1}$	0							
	0,5	ب- معادلة المماس (Δ_2)							
	01	ج- رسم (Δ_1) ، (Δ_2) ، $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_h)$							
04	0,5	التمرين الرابع: (04 نقط)	المعادلات التفاضلية والمواقفات						
	0,5	حلول المعادلة هي $y = ke^{x(\ln 2)}$							
	0,5	1. عبارة $f(x) = e^{x(\ln 2)}$ هي							
	0.25×3	3. أ) $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ ، $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ، $2^{3k} \equiv 1[7]$							
	0,75	ب) $f(2009) - 4 \equiv 0[7]$							
	0,75	4. أ) $S_n = 2^{n+1} - 1$							
	0,25+0,5	ب) $S_n \equiv 0[7]$ تكافئ $2^{n+1} \equiv 1[7]$ ومنه $n = 3k + 2$							