

▶ التمرين 02 ◀

(أ) لتكن الدالة f المعرفة بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 - 3x + 2}$$

(1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم بين أنه من أجل كل x من D_f فإن:

$$f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2}$$

حيث a, b, c أعداد حقيقية يُطلب تعيينها.

(2)

(أ) ادرس تغيرات الدالة f (ب) أوجد المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f .(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمقارب الأفقي (Δ) :(3) عين تقريب تألفي للدالة f عند 0.(4) أنشئ بياناً للمنحنى (C_f) .(II) نعرف الدالة h كما يلي:

$$h(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 1}{x^2 - 3|x| + 2}$$

(1) عين مجموعة تعريف الدالة h .(2) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.(3) أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة h عند 0.(4) ادرس شفعية الدالة h .(5) استنتج التمثيل البياني (C_h) للدالة h انطلاقاً من (C_f) .(ب) ناقش بياناً حسب الوسيط الحقيقي m وجود وعدد حلول

المعادلة:

$$(m-1)x^2 - (3m+2)x + 2m - 1 = 0$$

• بالتوفيق في شهادة البكالوريا •

▶ التمرين 01 ◀

(أ) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بجدول تغيراتها كما يلي:

x	$-\infty$	-2	-1	α	0	β	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	1	1	1	$-\infty$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (1) عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c حيث:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x+1}$$

(2) عيّن $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.(3) عيّن معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة (-2) .

(4) أجب بصحيح أم خطأ مع التبرير:

$$f(2) > f(1) \quad (أ)$$

$$f'(1) > 0 \quad (ب)$$

(ج) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد في $\mathbb{R} - \{-1\}$ (5) عيّن إشارة الدالة f (II) نضع فيما يلي: $a = -1$ و $b = 1$ و $c = 1$:(1) بين أنه من أجل كل $x \in D_f$ لدينا:

$$f(x) = -x + 2 - \frac{1}{x+1}$$

(2) بين أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) ثم عيّن معادلة له(3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .(4) عيّن إحداثيات النقطة ω نقطة تقاطع المستقيم (Δ) معالمستقيم المقارب العمودي ذو المعادلة $x = -1$.(5) بين أن النقطة ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .(6) ارسم كل من (Δ) و (C_f) .(7) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول

المعادلة:

$$f(x) = -x + m$$

(III) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ:

$$g(x) = [f(x)]^2$$

(1) عيّن نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.(2) احسب: $g(\alpha)$ ، $g(\beta)$ ، $g(0)$ و $g(-2)$ (3) باستعمال مشتق مركب دالتين، احسب $g'(x)$ (4) استنتج تغيرات الدالة g دون دراسة تغيراتها.

5 تعيين إشارة الدالة f :

x	$-\infty$	-1	α	β	$+\infty$
$f(x)$	+	-	0	+	0

(II)

1

أ/ تبين أنه $f(x) = -x + 2 - \frac{1}{x+1}$:

$$f(x) = -x + 2 - \frac{1}{x+1} = \frac{(-x+2)(x+1) - 1}{x+1} = \frac{-x^2 - x + 2x + 2 - 1}{x+1} = \frac{-x^2 + x + 1}{x+1}$$

ب/ استنتاج أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) بجوار $\pm\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (-x + 2)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[-x + 2 - \frac{1}{x+1} + x - 2 \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[-\frac{1}{x+1} \right] = 0$$

إذن (C_f) يقبل م م مائلاً (Δ) بجوار $\pm\infty$ معادلته:

$$y = -x + 2$$

ج/ دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) :

$$f(x) - (-x + 2) = -\frac{1}{x+1} = \frac{1}{-x-1}$$

لدينا: $0 = -x - 1$ ومنه $x = -1$ ومنه:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - y_{(\Delta)}$	+	-	-
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	

2

أ/ تعيين إحداثيات النقطة ω :

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ x = -1 \end{cases} \text{ لدينا}$$

بتعويض القيمة $(x = -1)$ في معادلة (Δ) نجد $(y = 3)$ إذن: $\omega(-1; 3)$ ب/ تبين أن النقطة ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) :• نبين أولاً أن $D_f \ni (-2 - x) \in D_f$:لدينا: $x \in D_f$ معناه: $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ معناه: $x > -1$ أو $x < -1$ معناه: $(-x) < 1$ أو $(-x) > 1$ معناه: $(-2 - x) < -1$ أو $(-2 - x) > -1$ معناه: $(-2 - x) \in]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ معناه: $(-2 - x) \in D_f$ • نبين ثانياً أن $f(-2 - x) + f(x) = 6$:

$$f(-2 - x) + f(x)$$

تصحيح التمرين 01

(I)

1 تعيين الأعداد الحقيقية a, b و c :

$$\text{لدينا من جدول التغيرات: } \begin{cases} f(0) = 1 \\ f'(0) = 0 \\ f(-2) = 5 \end{cases} \text{ ومنه:}$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow \frac{c}{1} = 1 \Rightarrow \boxed{c = 1}$$

ولدينا:

$$f'(x) = \frac{(2ax + b)(x + 1) - (ax^2 + bx + c)}{(x + 1)^2}$$

وبما أن $f'(0) = 0$ فإن:

$$f'(0) = 0 \Rightarrow \frac{b - c}{1} = 0 \Rightarrow c = \boxed{b = 1}$$

ولدينا:

$$f(-2) = 5 \Rightarrow \frac{4a - 2b + c}{-1} = 5 \Rightarrow 4a = 2b - c - 5 \Rightarrow a = \frac{2b - c - 5}{4} \Rightarrow a = \frac{-4}{4} \Rightarrow \boxed{a = -1}$$

2 تعيين $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$:من جدول التغيرات نجد: $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$

- التفسير الهندسي:

 (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً عمودياً بجوار $\pm\infty$ معادلته: $x = -1$ 3 تعيين معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة (-2) :لما $x = -2$ الدالة f تقبل قيمة حدية محلية، أي أن المماسيكون موازي لمحور الفواصل، ومنه معادلة المماس هي: $y = 5$

4 الإجابة بصحيح أم خطأ مع التبرير:

$$f(2) > f(1) \text{ أ/}$$

خطأ، لأن: الدالة متناقصة على المجال $]0; +\infty[$ ولدينا: $\{1; 2\}$ $]0; +\infty[$ ومنه $f(2) < f(1)$ ب/ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد في $\mathbb{R} - \{-1\}$:خطأ، لأن: لدينا من الجدول: $f(x)$ تنعدم من أجل قيمتين هما α و β .

$$f'(1) > 0 \text{ ج/}$$

خطأ، لأن: الدالة متناقصة على المجال $]0; +\infty[$ ولدينا: $1 \in]0; +\infty[$ $]0; +\infty[$ ومنه $f'(1) > 0$ ، (لما الدالة f متناقصة تكون $f'(x) < 0$)

لما $m \in]-\infty; 1[$ للمعادلة حل وحيد سالب	لما $m = 1$ للمعادلة حل مضاعف معدوم
لما $m \in]1; 2[$ للمعادلة حل وحيد موجب	لما $m = 2$ للمعادلة لا تقبل حلول
لما $m \in]2; 3[$ للمعادلة حل وحيد سالب	لما $m = 3$ للمعادلة حل مضاعف سالب
لما $m \in]3; +\infty[$ للمعادلة حل وحيد سالب	

(III)

1 تعيين نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها:

لدينا: الدالة $g = u \circ f$ حيث: $u(x) = x^2$ ومنه:

- $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$
- $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$
- $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = +\infty$
- $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = +\infty$

2 حساب: $g(\alpha)$ ، $g(\beta)$ ، $g(0)$ و $g(-2)$:

لدينا من جدول التغيرات $f(\alpha) = 0$ و $f(\beta) = 0$ ومنه:

$$g(\beta) = [f(\beta)]^2 = 0 \quad ; \quad g(\alpha) = [f(\alpha)]^2 = 0$$

$$\text{ولدينا: } g(-2) = [f(-2)]^2 = 5^2 = 25$$

$$g(0) = [f(0)]^2 = 1^2 = 1$$

3 باستعمال مشتق مركب دالتين، حساب $g'(x)$:

لدينا: $g(x) = (u \circ f)(x) = u(f(x))$

ومنه: $g'(x) = f'(x) \times u'(f(x))$

إذن: $g'(x) = f'(x) \times 2f(x)$

4 استنتاج تغيرات الدالة g دون دراسة تغيراتها:

إشارة $g'(x)$ من إشارة $f'(x)$ في إشارة $f(x)$

x	$-\infty$	-2	-1	α	0	β	$+\infty$			
$f(x)$	+	+		-	0	+	+	0	-	
$f'(x)$	-	0	+	+	+	0	-		-	
$g'(x)$	-	0	+	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$		$+\infty$	$+\infty$		1		$+\infty$		
			25		0		0			

$$= -(-x-2) + 2 - \frac{1}{-x-2+1} - x + 2 - \frac{1}{x+1}$$

$$= 6 - \frac{1}{-x-1} - \frac{1}{x+1} = 6 + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} = 6$$

إذن النقطة ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

ج/ اثبات أنه لا يوجد أي مماس للمنحنى (C_f) يشمل النقطة

ω :

يوجد مماس يشمل النقطة ω معناه يوجد a حقيقي، يحقق:

$$y_\omega = f'(a)(x_\omega - a) + f(a) \dots (*)$$

نفرض أن $(*)$ محققة، ونصل إلى تناقض:

$$f'(x) = -1 + \frac{1}{(x+1)^2}$$

ومنه:

$$y_\omega = f'(a)(x_\omega - a) + f(a)$$

$$\Rightarrow -1 = f'(a)(3-a) + f(a)$$

$$\Rightarrow -1 = \left(-1 + \frac{1}{(a+1)^2}\right)(3-a) + \frac{-a^2+a+1}{a+1}$$

$$\Rightarrow -1 = \left(\frac{-(a+1)^2+1}{(a+1)^2}\right)(3-a) + \frac{-a^2+a+1}{a+1}$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{(-a^2+2a+1+1)(3-a)}{(a+1)^2} + \frac{(-a^2+a+1)(a+1)}{(a+1)^2}$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{(-a^2-2a-1+1)(3-a) + (-a^2+a+1)(a+1)}{(a+1)^2}$$

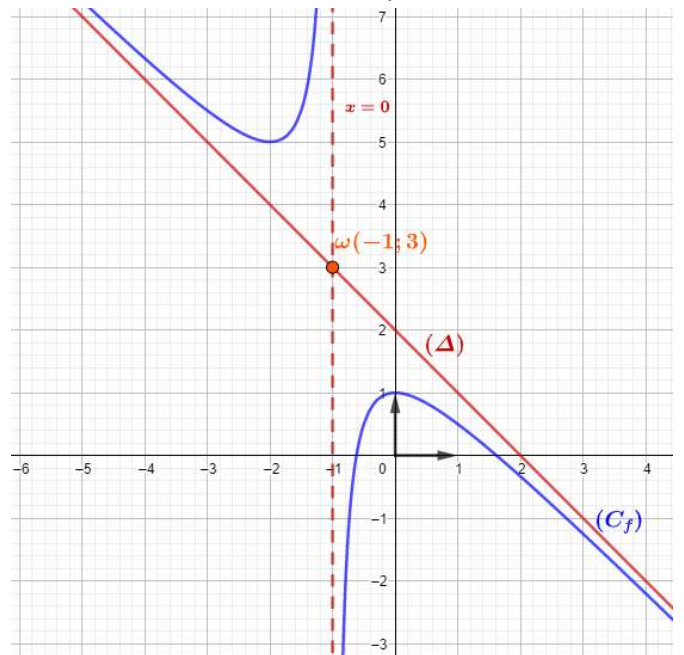
$$\Rightarrow -(a+1)^2 = -3a^2 - 6a + a^3 + 2a^2 - a^3 + a^2$$

$$\Rightarrow -a^2 - 2a - 1 = -a^2 - 4a + 1 \Rightarrow -2a = 2$$

$$\Rightarrow a = -1$$

وهذا تناقض لأن $a \notin D_f$ ومنه لا يوجد أي مماس يشمل ω .

3 رسم كل من (Δ) و (C_f) :



4 المناقشة البيانية:

حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات

المعادلة $y_m = -x + m$ ، وهي:

① تعيين D_f مجموعة تعريف الدالة f :

لكي تكون الدالة f معرفة يجب أن يكون: $x^2 - 3x + 2 \neq 0$

$$(x-1)(x-2) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\text{ومنه: } D_f =]-\infty; 1[\cup]1; 2[\cup]2; +\infty[$$

- تبين أنه: $f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2}$

$$\begin{aligned} f(x) &= a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2} \\ &= \frac{a(x-1)(x-2) + b(x-2) + c(x-1)}{(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{ax^3 + (-3a + b + c)x + (2a - 2b - c)}{x^2 - 3x + 2} \end{aligned}$$

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} a = 1 \\ -3a + b + c = 2 \\ 2a - 2b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b + c = 5 \\ 2b + c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 9 \end{cases}$$

أ/ دراسة تغيرات الدالة f :

أولاً: حساب النهايات:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x^2} \right) = 1 \quad \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= -\frac{4}{0^-} = +\infty \quad \bullet \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\frac{4}{0^+} = -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= -\frac{4}{0^-} = +\infty \quad \bullet \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\frac{4}{0^+} = -\infty \end{aligned}$$

ثانياً: حساب $f'(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{4}{(x-1)^2} - \frac{9}{(x-2)^2} = \frac{4(x-2)^2 - 9(x-1)^2}{(x^2 - 3x + 2)^2} \\ &= \frac{4(x-2)^2 - 9(x-1)^2}{(x^2 - 3x + 2)^2} = \frac{-5x^2 + 2x + 7}{(x^2 - 3x + 2)^2} \\ &= \frac{-5(x+1)\left(x - \frac{7}{5}\right)}{(x^2 - 3x + 2)^2} \end{aligned}$$

لدينا: المقام $(x^2 - 3x + 2)^2 \geq 0$ ومنه الإشارة من البسط:

$$x + 1 = 0 \quad x = -1$$

$$\begin{aligned} -5(x+1)\left(x - \frac{7}{5}\right) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{أو} \\ x - \frac{7}{5} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{أو} \\ x = \frac{7}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

ثالثاً: جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{7}{5}$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	1

ب/ المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f) :

$y = 1$ مستقيم مقارب أفقي بجوار $\pm\infty$

$x = 1$ و $x = 2$ مستقيمان مقاربان عموديان بجوار $\pm\infty$

ج/ دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمقارب الأفقي (Δ) :

ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$:

$$\begin{aligned} f(x) - y &= 1 - \frac{4}{x-1} + \frac{9}{x-2} - 1 \\ &= -\frac{4}{x-1} + \frac{9}{x-2} = \frac{-4(x-2) + 9(x-1)}{(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{5x-1}{(x-1)(x-2)} \end{aligned}$$

إشارة الكسر من إشارة البسط $\times$ إشارة المقام

دراسة إشارة البسط: لدينا: $5x - 1 = 0$ ومنه $x = \frac{1}{5}$

دراسة إشارة المقام:

$$(x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \\ \text{أو} \\ x-2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \text{أو} \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	1	2	$+\infty$
$5x-1$	-	0	+	+	+
x^2-3x+2	+	+	-	-	+
$f(x)-y$	-	0	+	-	+

• (C_f) فوق (Δ) لما $x \in]\frac{1}{5}; 1[\cup]2; +\infty[$

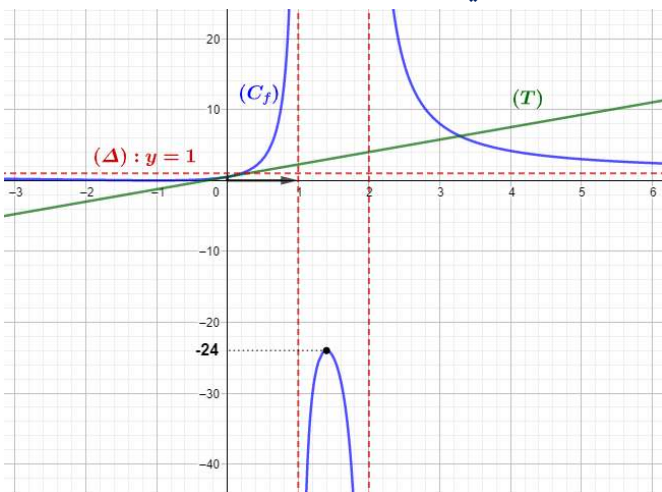
• (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]-\infty; \frac{1}{5}[\cup]1; 2[$

• (C_f) يقطع (Δ) لما $x = \frac{1}{5}$

② تعيين تقريب تآلفي للدالة f عند 0.

$$y = f'(0)(x-0) + f(0) = \frac{7}{4}x + \frac{1}{2}$$

③ التمثيل البياني:



(II)

① تعيين مجموعة تعريف الدالة h :

لتكون الدالة h معرفة يجب أن يكون:

4 دراسة شفعية الدالة h :

$$h(-x) = \frac{(-x)^2 + 2|-x| + 1}{(-x)^2 - 3|-x| + 2} = \frac{x^2 + 2|x| + 1}{x^2 - 3|x| + 2} = h(x)$$

إذن الدالة h زوجية

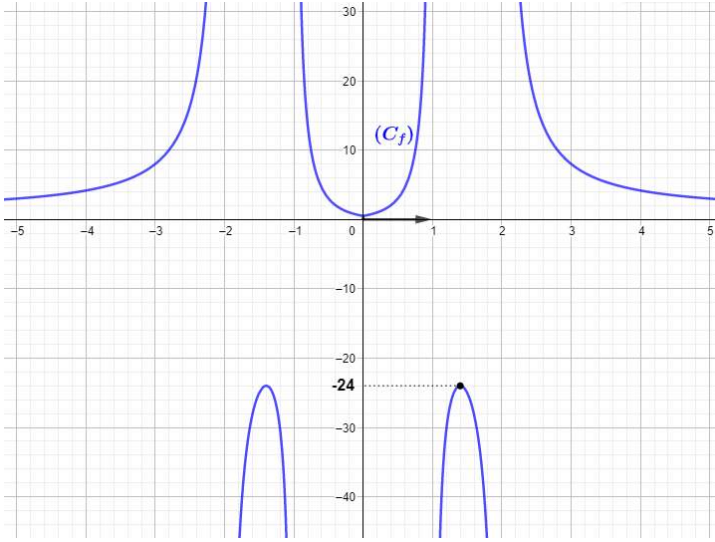
5 استنتاج التمثيل البياني (C_h) للدالة h انطلاقاً من (C_f) :

$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x \geq 0 \\ f(-x), & x < 0 \end{cases}$$

لما $x \geq 0$ لدينا: $h(x) = f(x)$ ، ومنه (C_h) ينطبق على (C_f)

لما $x < 0$ ولما $x \geq 0$ لدينا: $h(x) = f(-x)$ ، ومنه (C_h)

ينظر (C_f) بالنسبة لمحور الترتيب.



6 المناقشة البيانية:

$$(m-1)x^2 - (3m+2)x + 2m-1 = 0$$

$$\Rightarrow mx^2 - x^2 - 3mx - 2x + 2m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow m(x^2 - 3x + 2) = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow m = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\Rightarrow f(x) = m$$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات

المعادلة: $y = m$

لما: $m < -24$ المعادلة تقبل حلان موجبان

لما: $m = -24$ المعادلة تقبل حل مضاعف موجب

لما: $-24 < m < 0$ المعادلة لا تقبل حلول

لما: $m = 0$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا سالب

لما: $0 < m < \frac{1}{2}$ المعادلة تقبل حلان سالبان

لما: $m = \frac{1}{2}$ المعادلة تقبل حلا موجبا وحلا معدوم

لما: $\frac{1}{2} < m < 1$ المعادلة تقبل حلان مختلفان في الإشارة

لما: $m = 1$ المعادلة تقبل حل موجب

لما: $m > 1$ المعادلة تقبل حلان موجبان

$$x^2 - 3|x| + 2 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 \neq 0, & x \geq 0 \\ x^2 + 3x + 2 \neq 0, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-2)(x-1) \neq 0 \\ (x+2)(x+1) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 1 \\ x \neq -2 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

ومنه: $D_h = \mathbb{R} - \{-2; -1; 1; 2\}$

2 كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} ; & x \geq 0 \\ \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x + 2} ; & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} f(x) ; & x \geq 0 \\ f(-x) ; & x < 0 \end{cases}$$

3 دراسة استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة h عند 0 :

◀ عندما تتساوى النهايتان من اليمين واليسار عند a وكلا

النهايتان تساوي $f(a)$ ، نقول أن الدالة مستمرة عند ذلك العدد ▶

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x + 2} \right) = \left(\frac{0^2 - 2(0) + 1}{0^2 + 3(0) + 2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x + 2} \right) = \left(\frac{0^2 - 2(0) + 1}{0^2 + 3(0) + 2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} [h(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} [h(x)] = \frac{1}{2} \text{ بما أن:}$$

فالدالة h مستمرة عند 0

- قابلية الاشتقاق عند 0:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{h(x) - h(0)}{x - 0} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{1}{2}}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 7x}{2x(x-1)(x-2)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x + 7}{2(x-1)(x-2)} \right) \\ &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{h(x) - h(0)}{x - 0} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x+2)} - \frac{1}{2}}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 7x}{2x(x-1)(x-2)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - 7}{2(x-1)(x-2)} \right) \\ &= \frac{-7}{4} \end{aligned}$$

ومنه الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند 0.

ونقول أن (C_h) يقبل نصفي مماسيين معامل توجيه كل منهما:

$$-\frac{7}{4} \text{ و } \frac{7}{4}$$

• بالتوفيق في شهادة البكالوريا •