

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المستوى: السنة الأولى جذع مشترك آداب وفلسفة

المدة الزمنية: ساعتين

الاسم واللقب: الفوج التربوي:

✓ التمرين الأول:

- (1) حلّل كل من العددين الطبيعيين 45 و 105 إلى جداء عوامل أولية.
- (2) استنتج القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لكلا العددين الطبيعيين 45 و 105.
- (3) باستخدام خوارزمية إقليدس، أعد حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين السابقين.
- (4) استنتج تحليلا إلى جداء عوامل أولية لكلا من العددين الطبيعيين $(45 \times 105)^7$ و $45^5 \times 105^4$.
- (5) ادرس أولية الأعداد الطبيعية التالية: 153 ، 197 .
- (6) أكتب برنامج بالآلة الحاسبة العلمية ينجز العملية الحسابية الآتية :
$$\frac{(7 \div 4 + 3^8)}{(\sqrt{12} - 6 \times 9)}$$

✓ التمرين الثاني:

ليكن العددا الحقيقيان A و B حيث :

$$B = 7\sqrt{5} + 5\sqrt{20} + \sqrt{80} \quad \text{و} \quad A = \frac{25}{11} \times \left(\frac{21}{5} - 2 \right)$$

- (1) يبين أن A عدد طبيعي.
- (2) أكتب العدد B على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي.
- (3) أكتب العدد $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

لتكن العبارة P حيث : $P = (5x - 7)(5x + 10) - 3(5x + 10)$

- (4) انشر وبسط العبارة P .
- (5) حلّ العبارة P الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
- (6) حلّ في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة: $(5x - 10)(5x + 10) = 0$

تصحيح الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المدة الزمنية: ساعتين

المستوى: السنة الأولى جذع مشترك آداب وفلسفة

الفوج التربوي:

الاسم واللقب:

✓ التمرين الأول:

(1) حل كل من العددين الطبيعيين 45 و 105 إلى جداء عوامل أولية. (نقطتان)

$$\begin{array}{c|c}
 105 & 3 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 105 = 3 \times 5 \times 7 \\
 45 = 3 \times 3 \times 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c|c}
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & 1
 \end{array}$$

ملاحظة: عند التحليل يجب إعطاء كلا من الكتابة العمودية و الأفقية معا حتى تكون الإجابة كاملة.

(2) استنتج القاسم المشترك الأكبر والمضاعف الأصغر لكلا العددين الطبيعيين 45 و 105.

من الكتابة الأفقية للتحليل إلى جداء عوامل أولية للسؤال الأول نستنتج حسب القاعدة التي سبق التطرق إليها في الدرس أي: القاسم المشترك الأكبر هو جداء العوامل الأولية المشتركة مأخوذة بأصغر أس من دون

تكرار وعليه نستنتج: $\text{pgcd}(105; 45) = 3 \times 5 = 15$

نفس الشيء فيما يخص المضاعف المشترك الأصغر يستنتج حسب القاعدة التي سبق التطرق إليها في الدرس أي: المضاعف المشترك الأصغر هو جداء العوامل الأولية المشتركة مأخوذة بأكبر أس من دون تكرار و جداء

العوامل غير المشتركة أيضا وعليه نستنتج: $\text{ppcm}(105; 45) = 3^2 \times 5 \times 7 = 305$

(نقطتان)

(3) باستخدام خوارزمية إقليدس، أعد حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين السابقين.

$$105 = 45 \times 2 + 15$$

$$45 = 15 \times 3 + 0$$

لدينا حسب خوارزمية إقليدس آخر باقي غير معدوم هو 15 ويوافق القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 45

(نقطتان)

$$\text{pgcd}(105; 45) = 15$$

(4) استنتج تحليلا إلى جداء عوامل أولية لكلا من العددين الطبيعيين $(45 \times 105)^7$ و $45^5 \times 105^4$.

باستعمال التحليل السابق للسؤال الثاني وباستخدام خواص القوى الصحيحة التي سبق التطرق لها في

الدرس نستنتج التحليلين الآتيين:

(نقطتان)

$$\begin{aligned}
 (45 \times 105)^7 &= (3^2 \times 5 \times 3 \times 5 \times 7)^7 = (3^{2+1} \times 5^{1+1} \times 7)^7 \\
 &= (3^3 \times 5^2 \times 7)^7 = (3^3)^7 \times (5^2)^7 \times 7^7 = 3^{21} \times 5^{14} \times 7^7 \\
 45^5 \times 105^4 &= (3^2 \times 5)^5 \times (3 \times 5 \times 7)^4 = (3^{2 \times 5} \times 5^5) \times (3^4 \times 5^4 \times 7^4) \\
 &= 3^{10} \times 5^5 \times 3^4 \times 7^4 = 3^{14} \times 5^5 \times 7^4
 \end{aligned}$$

تذكير: لدراسة أولية عدد طبيعي معطى نقوم بحساب جذره التربيعي ثم ندرس قابلية قسمة هذا العدد على الأعداد الأولية الأصغر أو تساوي جذره التربيعي كما هو موضح في الجدول أدناه.

الجذر التربيعي للعدد 197 هو: $\sqrt{197} \approx 14.04$

العدد الأولي p	2	3	5	7	11	13
قابلية القسمة لـ 197 على p	لا	لا	لا	لا	لا	لا

الخلاصة: العدد 197 لا يقبل القسمة إلا على العددين 1 و نفسه ومنه نستنتج أن: 197 عدد أولي.

الجذر التربيعي للعدد 153 هو: $\sqrt{153} \approx 12.37$

العدد الأولي p	2	3	5	7	11
قابلية القسمة لـ 153 على p	لا	نعم	لا	لا	لا

الخلاصة: العدد 153 يقبل القسمة على العدد 3 ومنه نستنتج أن: 153 ليس عدد أولي.

(6) أكتب برنامج بالآلة الحاسبة العلمية ينجز العملية الحسابية الآتية :
$$\frac{(7 \div 4 + 3^8)}{(\sqrt{12} - 6 \times 9)}$$

ملاحظة: كتابة البرنامج ليست وحيدة فهي تختلف حسب نوع الحاسبة المستعملة وعليه تقبل كل كتابة صحيحة. (نقطتان)

✓ **التمرين الثاني:** ليكن العددين الحقيقيان A و B حيث :

$$B = 7\sqrt{5} + 5\sqrt{20} + \sqrt{80} \quad \text{و} \quad A = \frac{25}{11} \times \left(\frac{21}{5} - 2 \right)$$

(1) يبين أن A عدد طبيعي. (نقطة واحدة)

$$A = \frac{25}{11} \times \left(\frac{21}{5} - 2 \right) = \frac{25}{11} \times \left(\frac{21 - 10}{5} \right) = \frac{25}{11} \times \frac{11}{5} = 5$$

(2) أكتب العدد B على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي. (نقطة واحدة)

$$\begin{aligned} B &= 7\sqrt{5} + 5\sqrt{20} + \sqrt{80} \\ &= 7\sqrt{5} + 5\sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{16} \times \sqrt{5} \\ &= 7\sqrt{5} + 10\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = (7 + 10 + 4)\sqrt{5} \\ &= 21\sqrt{5} \end{aligned}$$

(3) أكتب العدد $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

من السؤالين السابقين ثم الضرب في $\sqrt{5}$ لكل من البسط والمقام وفي الأخير نقسم على العدد 5 كما هو مبين:

$$\frac{A}{B} = \frac{5}{21\sqrt{5}} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{21\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{21 \times 5} = \frac{\sqrt{5}}{21}$$

(نقطة واحدة)

لتكن العبارة P حيث : $P = (5x - 7)(5x + 10) - 3(5x + 10)$

(4) انشر وبسط العبارة P . (نقطتان)

$$\begin{aligned} P &= (5x - 7)(5x + 10) - 3(5x + 10) \\ &= (5x)(5x) + (5x) \times 10 + (-7)(5x) + (-7)(10) \\ &\quad + (-3)(5x) + (-3)(10) \\ &= 25x^2 + 50x - 35x - 70 - 15x - 30 \\ &= 25x^2 - 100 \end{aligned}$$

(5) حلل العبارة P الى جداء عاملين من الدرجة الأولى. (نقطة واحدة)

$$\begin{aligned} P &= 25x^2 - 100 = (5x)^2 - 10^2 \\ &= (5x - 10)(5x + 10) \end{aligned}$$

ملاحظة: يمكن استخراج العبارة $(5x + 10)$ كعامل مشترك وتحصل على نفس النتيجة.

(6) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة: $(5x - 10)(5x + 10) = 0$

معادلة الجداء معدوم معناه أحد عوامل هذا الجداء معدوم وبالتالي يؤول حل العبارة السابقة إلى حل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهول واحد أي:

$$(5x - 10)(5x + 10) = 0 \quad \text{معناه:}$$

$$(5x - 10) = 0 \quad \text{أو} \quad (5x + 10) = 0$$

$$x = 2 \quad \text{أو} \quad x = -2 \quad \text{أي:}$$

ومنه نستنتج مجموعة الحلول هي: $S = \{-2 ; 2\}$

(نقطتان)