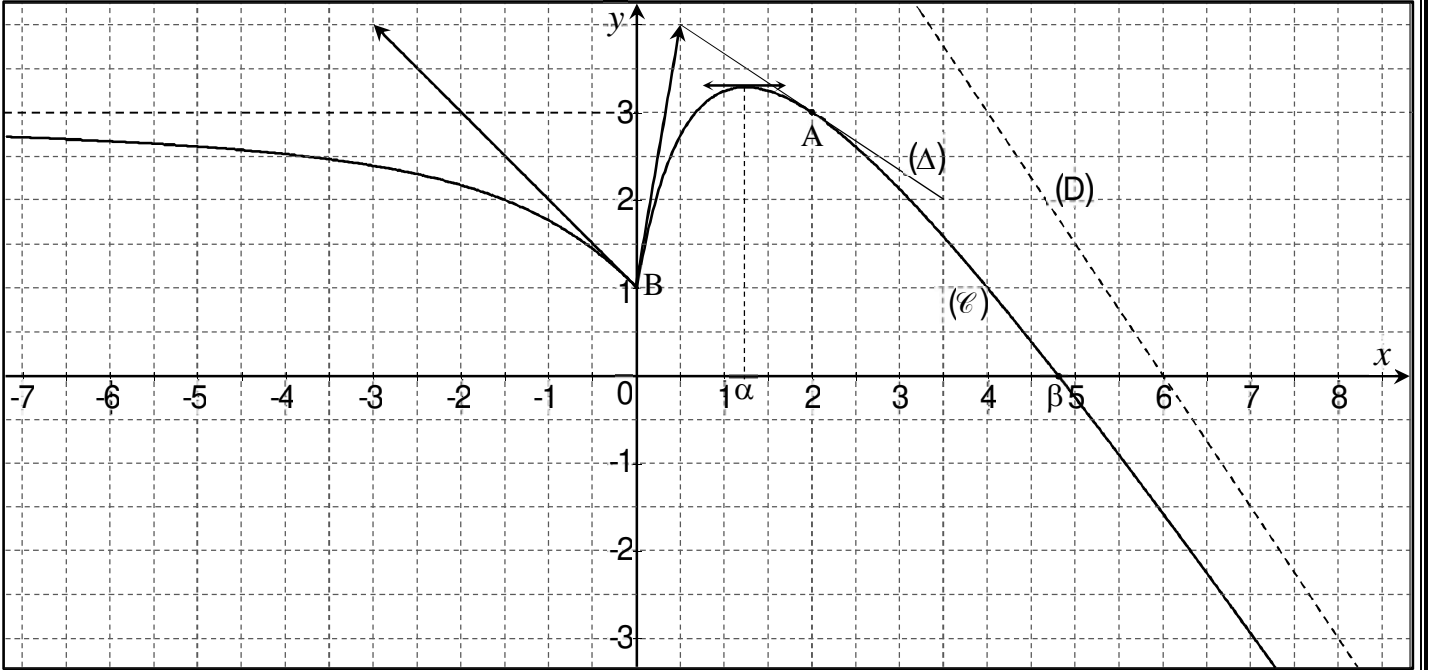


تمرين 1 (10 نقاط)

في الشكل المرفق: التمثيل البياني $(\mathcal{C})$ للدالة f المعرفة والمستمرة على $\mathbb{R}$. (D) المستقيم المقارب المائل لـ $(\mathcal{C})$ في جوار $+\infty$ ، والمستقيم الذي معادلته $y = 3$ مقارب لـ $(\mathcal{C})$ في جوار $-\infty$ ، (Δ) هو المماس لـ $(\mathcal{C})$ عند النقطة $A(2; 3)$ ، كما يوجد نصفي مماسين عند النقطة $B(0; 1)$ ، ومماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة α .



(1) اكتب معادلة المستقيم المقارب المائل (D)، ومعادلة المماس (Δ) .

(2) عيّن النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{f(x)+1}}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) + \frac{3}{2}x\right)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x)$.

(3) عيّن النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-1}{x-2}$ ، $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(-x+4)-3}{x-2}$.

(4) يبين أنّ الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند النقطة B. ماذا نسيي النقطة B ؟

(5) أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(6) عيّن القيمة المقربة للعدد $f(2,001)$ ، باستعمال التقريب التآلفي للدالة f .

(7) يبين أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β يطلب إعطاء حصر له سعته 0,5، ثم ادرس إشارة $f(x)$.

(8) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m ، حتى تقبل المعادلة $f(x) = m + 1$ ثلاثة حلول متميزة.

(9) الدالة العددية المعرفة بـ $g(x) = ax + b - \sqrt{x^2 + c}$ ، حيث a ، b و c ثلاثة أعداد حقيقية.

(أ) عيّن قيم العدد الحقيقي c حتى تكون الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، من أجل كل حالة مما يلي: $a < 0$ ، $a = 1$ و $a > 1$.

(ج) إذا علمت أنّ $f(x) = g(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$ ، وبلاستعانة بقيم $f(0)$ ، $f'_g(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،

عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c .

تمرين 2 (10 نقاط)

I - g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$ بـ $g(x) = a + \frac{b}{x^2 - 2x - 3}$ ، حيث a و b عددين حقيقيين.

(1) يبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$ ، فإن $g'(x) = \frac{-2b(x-1)}{(x^2 - 2x - 3)^2}$.

(2) عيّن العددين الحقيقيين a و b ، بحيث المنحني الممثل للدالة g في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ يقبل عند النقطة $A(5; -4)$ مماسا موازيا للمستقيم الذي معادلته $2x - 3y + 1 = 0$.

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$ بـ $f(x) = \frac{-3x^2 + 6x - 3}{x^2 - 2x - 3}$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

(1) احسب النهايات عند حدود مجالات تعريف الدالة f .

(2) اكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحني $(\mathcal{C})$.

(3) يبين أن من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$ ، $f'(x) = \frac{24x - 24}{(x^2 - 2x - 3)^2}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(4) ادرس وضعية المنحني $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم $(\mathcal{D})$ الذي معادلته $y = 1$ ، مع تحديد نقاط تقاطعهما.

(5) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathcal{C})$ عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = -3$.

(6) أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x = 1$ محور تناظر للمنحني $(\mathcal{C})$.

(7) احسب $f(-2)$ و $f(0)$ ، ثم ارسم المستقيمات المقاربة، المماس (Δ) والمنحني $(\mathcal{C})$.

(8) m وسيط حقيقي. استعمل $(\mathcal{C})$ لتعيين عدد وإشارة حلول المعادلة $(m+3)x^2 - 2(m+3)x - 3(m-1) = 0$.

III - h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$ بـ $h(x) = \frac{6x - 3}{x^2 - 2x - 3}$

ليكن $(\mathcal{C}')$ تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) يبين أن الدالة h متناقصة تماما على $\mathbb{R} - \{-1; 3\}$.

(2) يبين أنه يوجد مماسا مشتركا بين $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}')$ يطلب تعيين معادلة له.



x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$ $	$+$	0
$f(x)$	3		$f(\alpha)$	$-\infty$

(6) لما يكون x قريباً من 2 :

$$f(x) \approx f'(2)(x-2) + f(2) \approx \frac{-2}{3}x + \frac{13}{3} \quad (\Delta)$$

$$f(2,001) \approx \frac{-2}{3}(2,001) + \frac{13}{3} \approx 2,999$$

(7) f مستمرة ومناقصة تماماً على $[4,5]$ ،
 $f(4,5) > 0$ و $f(5) < 0$ ،
 القيم المتوسطة فإن $f(x) = 0$ تقبل حلولاً.

إشارة $f(x)$: $\xrightarrow{+ \oplus -}$

(8) $0 < m < 2$ و $1 < m+1 < 3$ و $m < 2$ و $m+1 < 3$

(9) حتى تكون g معرفة على $\mathbb{R}$ يجب :

$$D_g = \mathbb{R} \quad (C \geq 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty : a < 0$$

$$: a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + b - \sqrt{x^2 + c})$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 + c})(x + \sqrt{x^2 + c})}{x + \sqrt{x^2 + c}} + b$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-c}{x + \sqrt{x^2 + c}} + b \right) = b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + b - \sqrt{x^2 + c}) : a > 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(a - \sqrt{1 + \frac{c}{x^2}} \right) + b \right] = +\infty$$

$$f'_g(0) = -1 \text{ و } f'(x) = a - \frac{x}{\sqrt{x^2 + c}} \quad (\rightarrow)$$

$$(a = -1) : \text{مئة و}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x + b - \sqrt{x^2 + c})$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{(\sqrt{x^2 + c} - x)(\sqrt{x^2 + c} + x)}{-\sqrt{x^2 + c} + x} + b \right)$$

$$(b = 3) : \text{مئة و} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{c}{-\sqrt{x^2 + c} + x} + b \right) = 3$$

$$g(x) = -x + 3 + \sqrt{x^2 + 4} \quad f(0) = b - \sqrt{c} = 1 \quad (E = 4) : \text{مئة و}$$

تصحيح فرض الفصل الأول 2022م

تمرين 1 :
 عبد المطلب

$$(1) y = ax + b \text{ يشمل } D(4;3) \text{ و } C(6;0)$$

$$\text{بمعنى : } 0 = 6a + b \text{ و } 3 = 4a + b$$

$$\text{ومنه : } (D) : y = -\frac{3}{2}x + 9$$

$$(2) y = ax + b \text{ يشمل } E(\frac{1}{2}; 4) \text{ و } A(2;3)$$

$$\text{بمعنى : } 3 = 2a + b \text{ و } 4 = 0,5a + b$$

$$\text{ومنه : } (\Delta) : y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{f(x) + 1}} = \frac{1}{\sqrt{3+1}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{بما أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + \frac{3}{2}x - 9) = 0 \text{ إذن } (D)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + \frac{3}{2}x) = 9 \text{ مستقيم مقارب مائل ، إذن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x) = 9 - \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = -\infty$$

$$\lim_{x \leq 0} \frac{f(x) - 1}{x} = f'_g(0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{-3-0} = -1 \quad (3)$$

(معامل توجيه نصف المماس عند الأصل)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = f'_d(0) = \frac{4-1}{0,5-0} = 6$$

(معامل توجيه نصف المماس عند اليمين)

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = f'(\alpha) = 0$$

(المماس يوازي حامل محور الفواصل)

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ نضع : $h(x) = f(-x+4)$

$$h'(x) = -f'(-x+4) \text{ و } h(2) = f(2) = 3$$

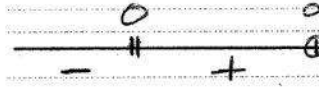
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(-x+4) - 3}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{h(x) - h(2)}{x - 2} = h'(2) = \frac{2}{3}$$

(4) $f'_g(0) \neq f'_d(0)$ و f غير قابلة

للشقاق عند 0 . B تسمى نقطة زاوية .

(5) إشارة $f'(x)$:

لدينا : $f'(\alpha) = 0$ ، I أن المماس يوازي (Ox) .



$$y = f'(-3)(x+3) + f(-3) = -\frac{2}{3}x - 6 \quad (5)$$

$$f(2-x) = f(x) \text{ و } (2-x) \in D_f \text{ فإن } (x \in D_f) \quad (6)$$

$$2-x \neq 3 \text{ لأن } -x \neq 1, x \neq -1$$

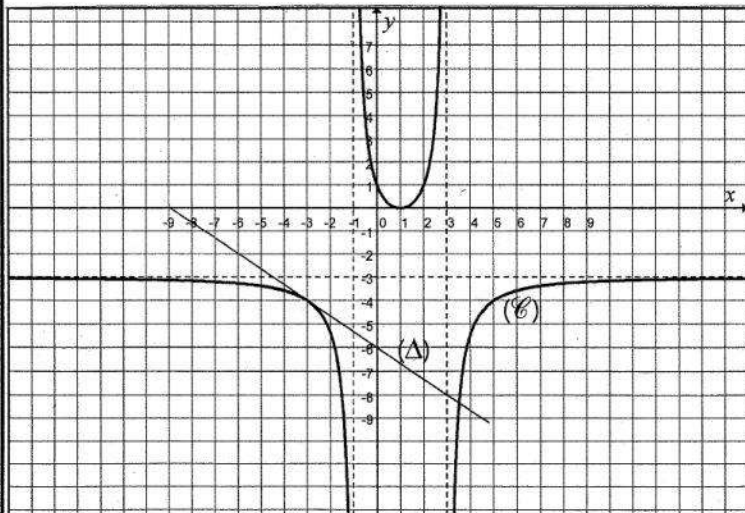
$$2-x \neq -1 \text{ لأن } -x \neq -3, x \neq 3$$

$$2-x \in \mathbb{R} - \{-1, 3\} \text{ فإن } x \in \mathbb{R} - \{-1, 3\}$$

$$f(2-x) = \frac{-3(2-x)^2 + 6(2-x) - 3}{(2-x)^2 - 2(2-x) - 3} = \frac{-3x^2 + 6x - 3}{x^2 - 2x - 3}$$

$$(7) \text{ من } f(2-x) = f(x) \text{ و } (4=1) \text{ و } f(0) = 1 \text{ و } f(-2) = -5, 4$$

$$f(0) = 1 \text{ و } f(-2) = -5, 4$$



$$m(x^2 - 2x - 3) = -3x^2 + 6x - 3 \quad (8)$$

$$m = \frac{-3x^2 + 6x - 3}{x^2 - 2x - 3} = f(x)$$

حل هذه المعادلة في خواصل نقاط تقاطع مع المستقيمات المستقيمة: $y = m$.

$$m \in]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[\text{ : حالان مختلفان في الإشارة}$$

$$m \in [-3; 0[\text{ : لا يوجد حلول}$$

$$m \in]0; 1[\text{ : حالان موجبان تماما}$$

$$m = 0 \text{ : حل واحد موجب } (x = 1)$$

$$m = 1 \text{ : حل معدوم وآخر موجب } (x = 2)$$

$$h'(x) = \frac{-6x^2 - 6x - 24}{(x^2 - 2x - 3)^2} \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 3\} \quad (1-III)$$

$$\Delta < 0 \text{ و } h'(x) < 0 \text{ و } a < 0$$

$$\mathbb{R} - \{-1, 3\} \text{ : حيث } h \text{ متناقصة تماما}$$

$$h(x_0) = f(x_0) \text{ و } h'(x_0) = f'(x_0)$$

$$h(x_0) = f(x_0) \text{ و } h'(x_0) = f'(x_0)$$

$$\frac{-6x_0^2 - 6x_0 - 24}{(x_0^2 - 2x_0 - 3)^2} = \frac{24x_0 - 24}{(x_0^2 - 2x_0 - 3)^2}$$

$$x_0 = -5 \text{ و } x_0 = 0 \text{ : نجد } 6x_0^2 + 30x_0 - 24 = 0$$

$$h(x_0) = f(x_0) \text{ و } h'(x_0) = f'(x_0)$$

$$y = -\frac{8}{3}x + 1$$

تمرين 2:

$$g'(x) = \frac{0 - (2x-2)b}{(x^2-2x-3)^2} = \frac{-2b(x-1)}{(x^2-2x-3)^2} \quad (1-I)$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \text{ : يعني } 2x - 3y + 1 = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} a + \frac{b}{18} = -4 \\ \frac{-2b(4)}{18^2} = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ : يعني } \begin{cases} g(5) = -4 \\ g'(5) = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$b = -18 \text{ و } a = -3$$

$$g(x) = -3 - \frac{18}{x^2 - 2x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{x^2} = -3 \quad (1-II)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3x^2 + 6x - 3}{x^2 - 2x - 3} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3x^2 + 6x - 3}{x^2 - 2x - 3} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3x^2 + 6x - 3}{x^2 - 2x - 3} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$$

(2) من النهايات، المستقيمات المقاربة:

$$y = -3, x = 3, x = -1$$

$$f'(x) = \frac{(-6x+6)(x^2-2x-3) - (2x-2)(-3x^2+6x-3)}{(x^2-2x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{24(x-1)}{(x^2-2x-3)^2}$$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	+	+	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$	$-\infty$

(4) ندرس إشارة $f(x) - y$:

$$f(x) - y = \frac{-3x^2 + 6x - 3}{x^2 - 2x - 3} - 1 = \frac{-4x^2 + 8x}{x^2 - 2x - 3}$$

x	$-\infty$	-1	0	2	3	$+\infty$
$-4x^2 + 8x$	-	-	0	+	-	-
$x^2 - 2x - 3$	+	0	-	-	0	+
$f(x) - y$	-	+	0	-	+	-

$$(D) \text{ حيث } (C) : x \in]-\infty; -1[\cup]0; 2[\cup]3; +\infty[$$

$$(D) \text{ حيث } (C) : x \in]-1; 0[\cup]2; 3[$$

$$(C) \text{ بقطعة } (D) \text{ و } B(0, 2) \text{ و } C(2, 1)$$