

## الفرض المحروس رقم - 01 - للفصل الأول في مادة الرياضيات

القسم: 02 علمي

المدة: ساعة ونصف

## التمرين الأول:

نعتبر كثير الحدود  $P$  المعروف من أجل كل عدد حقيقي  $x$  كما يلي :  $P(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$ .

1. أحسب  $P(-2)$  ، ماذا تستنتج ؟
2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $P(x) = (x+2)Q(x)$  . حيث  $Q(x)$  كثير حدود يُطلب تعيينه.  
ب) استنتج تحليلاً لـ  $P(x)$  على شكل جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى.
3. حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة :  $P(x) \geq 0$ .

## التمرين الثاني:

$f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  وليكن  $(\mathcal{C}_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$  .
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) - f\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0$  ، ثم استنتج أصغر قيمة ممكنة للدالة  $f$  .
3. أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  على المجالين :  $\left[-\infty; \frac{3}{2}\right]$  و  $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right]$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.
4. إشرح كيف يمكن استنتاج  $(\mathcal{C}_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  انطلاقاً من التمثيل البياني للدالة "مربع"  $(k(x) = x^2)$  ، ثم أرسم  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(\mathcal{C}_k)$  في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .
5. بين أن المستقيم ذو المعادلة  $x = \frac{3}{2}$  محور تناظر للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  .
6.  $g$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = |f(x)|$  .  
I أكتب  $g(x)$  بدون رمز القيمة المطلقة .  
II استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  .  
III باستعمال الفرع "I" حدد كيف يتم رسم  $(\mathcal{C}_g)$  ثم أرسمه .
7. نضع من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $h(x) = f(|x|)$  .  
• أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب :  $h(x) = f(x)$  .  
• أثبت أن الدالة  $h$  دالة زوجية .  
• أرسم  $(\mathcal{C}_h)$  منحنى الدالة  $h$  باستعمال  $(\mathcal{C}_f)$  منحنى الدالة  $f$  .

## تصحيح الفرض الأول للفصل الأول مادة الرياضيات

ب) استنتاج تحليل لـ  $P(x)$  على شكل جداء كثيرات حدود من الدرجة الأولى:

$$x_1 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5+7}{4} = 3$$

إذن :

$$Q(x) = 2(x + \frac{1}{2})(x - 3)$$

$$P(x) = (x+2)Q(x) \text{ لدينا}$$

$$\text{نحل المعادلة } Q(x) = 0$$

$$Q(x) = 2x^2 - 5x - 3$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3)$$

$$= 25 + 25 = 49 > 0$$

ومنه

$$P(x) = 2(x+2)(x + \frac{1}{2})(x - 3)$$

(1 pt)

(1.5 pt)

3 حل المتراجحة  $P(x) \geq 0$  في  $\mathbb{R}$  :

| $x$    | $-\infty$ | $-2$ | $-\frac{1}{2}$ | $3$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|------|----------------|-----|-----------|
| $x+2$  | -         | 0    | +              | +   | +         |
| $Q(x)$ | +         | +    | 0              | -   | -         |
| $P(x)$ | -         | 0    | +              | 0   | +         |

وبالتالي حلول المتراجحة  $P(x) \geq 0$  في  $\mathbb{R}$  هي  $x \in \left[-2; -\frac{1}{2}\right] \cup [3; +\infty[$

### التمرين (1)

$$\text{لدينا : } P(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$$

1 حساب  $P(-2)$  :

$$P(-2) = 2(-2)^3 - (-2)^2 - 13(-2) - 6$$

$$= 2 \times (-8) - 4 + 26 - 6 = -16 - 4 - 6 + 26 = 0 \quad (0.5 \text{ pt})$$

(0.5 pt)

$$P(-2) = 0 \text{ ومنه}$$

2

1) نبين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن  $P(x) = (x+2)Q(x)$  :  
بما أن  $P(x)$  كثير حدود من الدرجة الثالثة و  $-2$  جذر له فإنه يكتب على

(0.5 pt)

$$P(x) = (x+2)Q(x) \text{ الشكل :}$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - x^2 - 13x - 6 & x+2 \\ -2x^3 - 4x^2 & \\ \hline -5x^2 - 13x & \\ 5x^2 + 10x & \\ \hline -3x - 6 & \\ 3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \text{تعيين } Q(x) :$$

(1 pt)

$$Q(x) = 2x^2 - 5x - 3 \text{ ومنه :}$$

## التمرين (2)

$$D_f = \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x + 1$$

1 نبين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{5}{4}$

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} &= x^2 + \frac{9}{4} - 3x - \frac{5}{4} \quad (1 \text{ pt}) \\ &= x^2 - 3x + 1 = f(x) \end{aligned}$$

2 نبين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ,  $f(x) - f(\frac{3}{2}) \geq 0$ , لدينا :  $f(\frac{3}{2}) = -\frac{5}{4}$

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{3}{2}\right) \geq 0 &\Rightarrow \underbrace{\left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{5}{4} + \frac{5}{4}}_{f(x)} \geq 0 \\ f(x) - \left(-\frac{5}{4}\right) &\geq 0 \end{aligned}$$

(1 pt)

$$f(x) - f\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0 \quad \text{ومنه}$$

(0.5 pt)

$f(x) \geq f(\frac{3}{2})$  معناه أن  $f(\frac{3}{2})$  قيمة حدية صغرى للدالة  $f$

3 دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$  :  $x \xrightarrow{U} x - \frac{3}{2} \xrightarrow{V} (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{5}{4}$  تفكك الدالة  $f$  إلى دالتين  $U$  و  $V$  بحيث :  $f = V \circ U$

• لما  $x \in ]-\infty; \frac{3}{2}]$  فإن :

$$\begin{cases} U(x) = x - \frac{3}{2} & D_U = ]-\infty; \frac{3}{2}] \\ V(x) = x^2 - \frac{5}{4} & D_V = ]-\infty; 0] \end{cases}$$

$U$  متزايدة تماماً على  $]-\infty; \frac{3}{2}]$  ،  $V$  متناقصة تماماً على  $]-\infty; 0]$

(1 pt)

ومنه الدالة  $f$  متناقصة تماماً على المجال  $]-\infty; \frac{3}{2}]$

• لما  $x \in [\frac{3}{2}; +\infty[$  فإن :

$$\begin{cases} U(x) = x - \frac{3}{2} & D_U = [\frac{3}{2}; +\infty[ \\ V(x) = x^2 - \frac{5}{4} & D_V = [0; +\infty[ \end{cases}$$

$U$  متزايدة تماماً على  $[\frac{3}{2}; +\infty[$  ،  $V$  متزايدة تماماً على  $[0; +\infty[$

(1 pt)

ومنه الدالة  $f$  متزايدة تماماً على المجال  $[\frac{3}{2}; +\infty[$

(0.5 pt)

• جدول تغيرات الدالة  $f$  :

| $x$    | $-\infty$ | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|---------------|-----------|
| $f(x)$ |           |               |           |

4 يمكن رسم  $(\mathcal{C}_f)$  انطلاقاً من  $(\mathcal{C}_K)$  بواسطة انسحاب شعاعه :

(1 pt)

$$\vec{v} = \frac{3}{2}\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j}$$

5 نبين أن المستقيم ذو المعادلة  $x = \frac{3}{2}$  هو محور تناظر لـ  $(\mathcal{C}_f)$  :

$$Y = X^2 \quad \text{ومنه} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{2} + X \\ y = -\frac{5}{4} + Y \end{cases} \quad \text{إذن : } Y - \frac{5}{4} = \left(\frac{3}{2} + X - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

(1 pt)

دالة زوجية تقبل محور تناظر

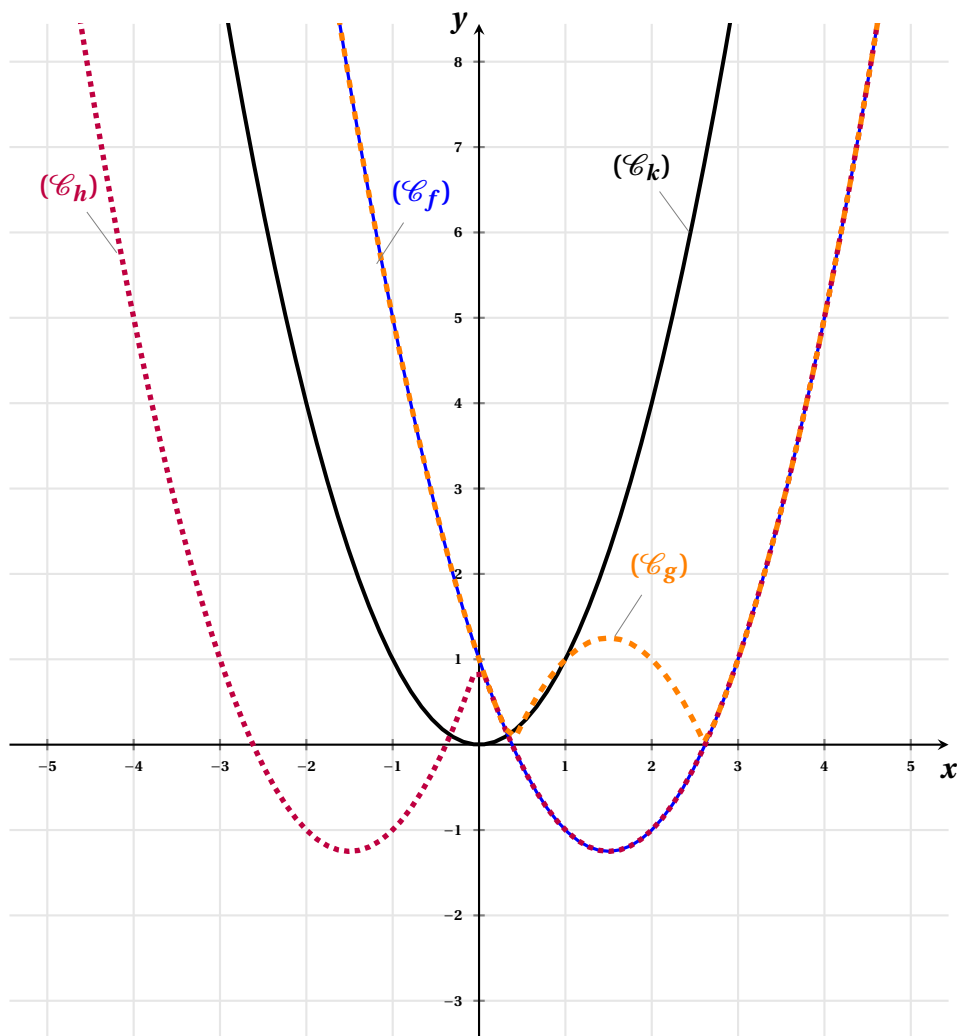
6

• كتابة  $g(x)$  دون رمز القيمة المطلقة :

لدينا :  $g(x) = |f(x)|$  ومنه

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & ; f(x) \geq 0 \\ -f(x) & ; f(x) \leq 0 \end{cases}$$

(1 pt)



• استنتاج اتجاه تغير الدالة  $g$  : لما  $f(x) \geq 0$  يكون للدالتين  $f$  و  $g$  نفس اتجاه التغير ، أما إذا كان  $f(x) \leq 0$  فإن الدالتين  $f$  و  $g$  متعاكستان في اتجاه التغير

(1 pt)

• يتم رسم  $(\mathcal{C}_g)$  انطلاقاً من  $(\mathcal{C}_f)$  كما يلي :

(1 pt)

• لما  $f(x) \geq 0$  فإن  $(\mathcal{C}_g)$  و  $(\mathcal{C}_f)$  متطابقان.

• لما  $f(x) \leq 0$  نرسم نظير  $(\mathcal{C}_f)$  بالنسبة لمحور الفواصل فتحصل على  $(\mathcal{C}_g)$

• اثبات أنه من أجل كل  $x \geq 0$  :  $h(x) = f(x)$

$h(x) = f(|x|)$  ، بما أن  $x \geq 0$  فإن  $|x| = x$  أي

$$h(x) = f(x)$$

• اثبات أن الدالة  $h$  زوجية :

• متناظر ، نثبت أن  $h(-x) = h(x)$

(0.5 pt)

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

• يتم رسم  $(\mathcal{C}_h)$  باستعمال  $(\mathcal{C}_f)$  كالآتي :

• إذا كان  $x \geq 0$  فإن  $(\mathcal{C}_h)$  و  $(\mathcal{C}_f)$  متطابقان.

• إذا كان  $x \leq 0$  نرسم نظير  $(\mathcal{C}_f)$  بالنسبة إلى محور الترتيب .

(1 pt)

• التمثيل البياني للدوال السابقة :

(2 pt)

