



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينهما عند اللمس منها 5 بيضاء تحمل الأرقام $-1; 0; 1; 2; 3$ و ثلاث حمراء تحمل الأرقام $0; -4; 3$ و كرتين خضراء تحملان الرقمين $0; 4$ نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق

(1) أحسب احتمال الحوادث التالية: A " سحب ثلاث كرات مختلفة اللون " B " الحصول على ثلاث كرات مجموع أرقامها معدوم.

(2) أ) أحسب احتمال الحادثة، $\overline{A} \cap B$

ب) استنتج ان احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون او ثلاث كرات مجموع أرقامها معدوم هو

$$\frac{19}{120}$$

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لثلاث كرات عدد الكرات المتبقية التي تحمل الرقم 0

أ) عين القيم الممكنة لـ X ثم عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب) حساب احتمال الحادثة: $e^{-X} - \ln(X+1) \geq 0$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الاول $u_0 = \frac{1}{2}$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2u_n^2}{4u_n + 1}$

(1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq \frac{1}{2}$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln\left(1 + \frac{1}{2u_n}\right)$

أ) بين ان المتتالية (v_n) هندسية اساسيا 2، يطلب تعيين حدها الاول

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) نضع من اجل كل عدد طبيعي n ، $P_n = \left(\frac{2u_0+1}{2u_0}\right) \times \left(\frac{2u_1+1}{2u_1}\right) \times \dots \times \left(\frac{2u_n+1}{2u_n}\right)$

- بين ان $P_n = 2^{(2^{n+1}-1)}$

عين الاجابة الصحيحة في كل حالة مع التعليل

(1) (u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ حدودها موجبة تماما اساسها q حيث: $\ln u_{15} - \ln u_5 = 5$ فان:

(أ) $q = e$ (ب) $q = \sqrt{e}$ (ج) $q = e\sqrt{e}$

(2) مجموعة حلول المعادلة $x^2 - 2x = e^{\ln(x-2)}$ في $\mathbb{R}$ هي:

(أ) $S = \{1\}$ (ب) $S = \{1; 2\}$ (ج) $S = \emptyset$

(3) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $h(x) = (x^3 - 7x^2 + 22x - 30)e^x$ فان (C_h) تمثيلها البياني يقبل:

(أ) نقطة انعطاف واحدة (ب) نقطتي انعطاف (ج) لا يقبل نقط انعطاف

(4) في قسم نهائي 30% يمارسون رياضة كرة القدم و 35% يمارسون رياضة السباحة و 10% يمارسون الرياضتين معا. احتمال أن يكون التلميذ يمارس رياضة كرة القدم علما انه يمارس رياضة السباحة

هو: (أ) $\frac{2}{7}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{6}{7}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + 2\left(\frac{1 + \ln x}{x}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

(1) بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا.

(2) (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-2 \ln x}{x^2}$ ، (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) ادرس الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (d) ذو المعادلة $y = 1$.

(4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,31 < \alpha < 0,32$.

(5) (T) مماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{\sqrt{e}}$. بين ان $y = ex + 1$ معادلة ديكارتية لـ (T) .

(6) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

(7) (Δ_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = mx + 1$ حيث m وسيط حقيقي

(أ) بين ان المستقيم (Δ_m) يشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.

(ب) عين قيم الوسيط الحقيقي m الت من اجلها يكون للمعادلة $f(x) = mx + 1$ حلين مختلفين.

(8) لتكن S مساحة الحيز للمستوي المحددة بين المنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين اللذين معالتهما

$x = e$ و $x = 1$. بين ان: $S = 12cm^2$.

الموضوع الثاني

تمرين الأول: (05 نقاط)

حتوي صندوق U_1 على خمس كريات منها ثلاث كريات خضراء و اثناء حمراء و يحتوي صندوق U_2 على خمس كريات منها إثناء خضراء و ثلاث كريات حمراء (الكرات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس) سحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_1 و نميز حالتين :

أ. كانت الكرة المسحوبة حمراء نسحب في أن واحد كرتين من الصندوق U_2

ب. كانت الكرة المسحوبة خضراء نسحب في كرتين عل التوالي دون ارجاع من الصندوق U_2

معتبر الحدثين التاليين: "A سحب كرتين حمراوين من الصندوق U_2 "

"B سحب كرتين من نفس اللون من الصندوق U_2 "

(1) احسب $P(A)$ ثم بين ان : $P(B) = \frac{2}{5}$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2

(أ) عين القيم الممكنة لـ X

(ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$

(3) اللاعب يدفع 50 DA قبل اجراء السحب و يكسب 25 DA لكل كرة حمراء مسحوبة من الصندوق U_2 .

- هل اللعبة مربحة له؟ علل .

تمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{x+6}$

- عين اتجاه تغير الدالة f على $[0; +\infty[$.

(2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 0$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 3$

(ب) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة .

(2) (أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $3 - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(3 - u_n)$

(ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq 3 - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) ليكن المجموع S_n المعروف بـ : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $3n - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \leq S_n \leq 3n$

تمرين الثالث: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية : $z^2 + 4z + 8 = 0$

(I) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A = -2 + 2i$ ، $z_B = \bar{z}_A$ و $z_C = -z_B$

(1) اكتب العدد z_A على الشكل الاسي ثم استنتج الشكل الاسي لكل من z_B و z_C

(2) أ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(z_A)^n$ عدد حقيقي موجب

ب) بين ان $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{2022}$ عدد تخيلي صرف

(3) اكتب على الشكل الاسي العدد المركب $L = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

(4) (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg\left(\frac{z+2-2i}{z+2+2i}\right) = -\frac{\pi}{2}$

أ) بين ان النقطة O تنتمي الى (Γ)

ب) عين ثم أنشئ المجموعة (Γ) .

تمرين الرابع: (07 نقاط)

(1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x+1} + 2 - x$

أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $g(x) > 0$

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + 2xe^{-\frac{1}{2}x-1}$

نرمز بـ (C) الى التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (يمكن استعمال: $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 - \frac{4}{e}\left(-\frac{1}{2}xe^{-\frac{1}{2}x}\right)$)

(2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $f'(x) = e^{-\frac{1}{2}x-1}g(x)$

ب) عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ثم تحقق ان $-0.7 < \alpha < -0.6$

(4) أ) اثبت ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = \frac{1}{2}x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(5) بين ان (C_r) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) في نقطة يطلب تعيين معادلة له.

(6) ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C)

(7) اوجد قيم الوسيط الحقيقي m ، حتى تقبل المعادلة $2f(x) = x - 2m + 2$ حلين مختلفين.

بالتوفيق بكالوريا 2023