

موضوع الرياضيات للشعب الأدبية بكالوريا 2011

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2011

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب(ة): آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

المدة: ساعتان ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$

1. بين أن العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2. أ) بين أن: $2124 \equiv -1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.

د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

أ) (u_n) متتالية هندسية أساسها 3 وحدها الأول u_0 بحيث: $u_0 + u_3 = 28$

1. احسب u_0 ، ثم اكتب الحد العام u_n بدلالة n .

2. احسب المجموع: $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$.

ب) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام: $v_n = 1 - 5n$.

1. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ثم استنتج اتجاه تغيرها .

2. احسب المجموع : $S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_9$.

ج) نعتبر المتتالية (k_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام: $k_n = 1 + 3^n - 5n$

- تحقق أن: $k_n = u_n + v_n$ ثم احسب المجموع: $S = k_0 + k_1 + \dots + k_9$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثم استنتج أن (C) يقبل

مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

2. احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

3. شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

4. عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات.

5. اكتب معادلة لـ (Δ) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .

6. أنشئ (Δ) و (C).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a ، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 ، باقي القسمة

الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين : $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2- أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب) تحقق أن $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين :

48^{2010} و 48^{2011} على 7 .

التمرين الثاني: (08 نقاط)

أ) في الشكل المقابل، $\mathcal{C}_g$ هو التمثيل البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة g المعرفة

على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

بقراءة بيانية:

1. شكّل جدول تغيّرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2. عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$$

$\mathcal{C}_f$ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

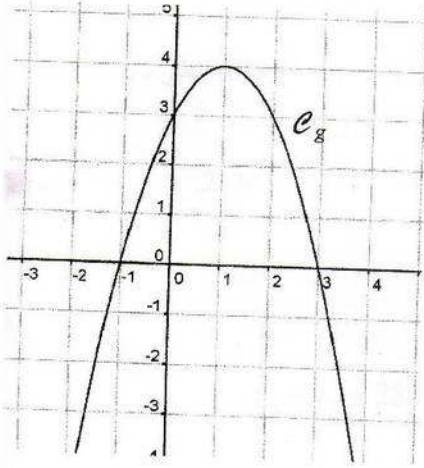
1. بيّن أن: $f'(x) = -g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

2. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

3. احسب $f(-1)$ ، $f(3)$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

4. بيّن أنه يوجد مماسّان للمنحنى $\mathcal{C}_f$ معامل توجيه كلّ منهما يساوي 5 .

5. حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = g(x)$ ثم استنتج إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين $\mathcal{C}_f$ و $\mathcal{C}_g$.



التمرين الثالث: (06 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتالتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ بحديهما العام: $u_n = -2n$ و $v_n = 3^{-2n}$ عيّن في كلّ حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

	اقتراح 1	اقتراح 2	اقتراح 3
1 (u_n) هي متتالية	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
2 الحد الخامس والأربعون للمتتالية (u_n) يساوي	-90	-92	-88
3 المجموع $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ يساوي	$n^2 + 1$	$-n^2 - n$	$-n^2 - 1$
4 (v_n) هي متتالية هندسية أساسها	$\frac{1}{9}$	9	-9
5 المتتالية (v_n)	متزايدة	متناقصة	ليست رتيبة

التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات للشعب الأدبية بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية وسلم التقط موضوع امتحان/ مسابقة: الكالوريا
اختيار مادة: الرياضيات الشعبة/السلك (*): آداب وفلسفة + لغات أجنبية
دورة: جوان 2011 المدة: 02 ساء و 30

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	الموضوع الأول
		التمرين الأول: (6 نقاط)
6	2×0.5	(1) $1505 = 0[5]$ و $b - a = 1505$ ومنه a و b متوافقان بترديد 5
	2×0.5	(2) (أ) $2124 + 1 = 0[5]$ ومنه $2124 = -1[5]$
	2×0.5	(ب) $2124^{720} = 1[5]$ إذن الباقي المطلوب هو: 1
	2×0.5	$619^{721} = -1[5]$ أو $619^{721} = 4[5]$ ومنه الباقي هو: 4
	2×0.5	(ج) $2124^{2n} = (-1)^{2n}[5]$ أي: $2124^{2n} = 1[5]$ لأن $2n$ زوجي
	2×0.5	(د) $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n = 0[5]$ معناه $1 + 4 + n = 0[5]$ أي: $n = 0[5]$
		ومنه: $n = 5k$ حيث: $k \in \mathbb{N}$
		التمرين الثاني: (6 نقاط)
6	4×0.25	(أ) 1. $u_3 = u_0 q^3$ أي $u_3 = 27u_0$ ومنه: $28u_0 = 28$ إذن $u_0 = 1$
	2×0.25	عبارة الحد العام $u_n = u_0 q^n$ ومنه $u_n = 3^n$
	0.5+0.5	2. $S_1 = \frac{1-q^{10}}{1-q}$ ومنه $S_1 = \frac{3^{10}-1}{2} = 29524$
	0.25+0.5	(ب) 1. (V_n) متتالية حسابية لأن: $V_{n+1} - V_n = -5$ ، أساسها -5
	0.5	الاستنتاج: متناقصة تماما لأن الأساس سالب
	2×0.5	2. $S_2 = \frac{10}{2}(V_0 + V_9)$ ومنه $S_2 = -215$
		(ج) $K_n = u_n + v_n$ ومنه $S = S_1 + S_2$
		عندئذ $S = -215 + \frac{1}{2}(3^{10} - 1) = 29309$

التمرين الثالث : (8 نقاط)

1. النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ 0.5 + 0.5

..... 0.5 + 0.5 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$

..... 2 × 0.25 الاستنتاج : $x = 2$ و $y = 1$ معادلتا المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)

..... 0.5 + 1 2. المشتقة : $f'(x) = \frac{-4}{(x-2)^2}$ الإشارة $f'(x) < 0$ 0.5 + 1

3.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1		$+\infty$
			1

..... 2 × 0.5 4. التقاطع مع المحاور : $A(0, -1)$ و $B(-2, 0)$ 2 × 0.5

..... 2 × 0.5 5. معادلة المماس (Δ) : $y = f'(4)(x - 4) + f(4)$ أي $y = -x + 7$ 1 + 0.5

..... 6. إنشاء (Δ) و (C) .

54.

العلامة		عناصر الإجابة															
مجموع	مجزأة																
		الموضوع الثاني															
		التمرين الأول: (06 نقط)															
6	1	(1) $ab \equiv 5[7]$ الباقي هو: 5															
	3×0.5	$a^2 \equiv 2[7]$ $b^2 \equiv 2[7]$ $a^2 - b^2 \equiv 0[7]$ الباقي هو: 0															
	1.5	(2) (أ) $c \equiv -1[7]$ ومنه: $c^{2n} \equiv (-1)^{2n} [7]$ وبالتالي: $c^{2n} \equiv 1[7]$															
		(ب) $48 \equiv 6[7]$ ومنه: $48^{2n} \equiv 1[7]$ إذن $48^{2010} \equiv 1[7]$ وبالتالي:															
	4×0.5	$48^{2011} \equiv 6[7]$															
		التمرين الثاني: (08 نقط)															
		أ. 1. جدول التغيرات:															
0.5		<table> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td></td><td>4</td><td></td></tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-	$g(x)$		4				
x	$-\infty$	1	$+\infty$														
$g'(x)$	+	0	-														
$g(x)$		4															
0.5		2. إشارة $g(x)$: $g(x) = x^2 - 2x - 3 = -g'(x)$ $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = -g(x)$															
2×0.5		أي: موجبة على $[-1; 3]$ و سالبة على $]-\infty; -1] \cup [3; +\infty[$															
0.5		ب. 1. استنتاج إشارة $f'(x)$: $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = -g(x)$ $f'(x)$ إشارة															
2×0.5		أي: سالبة على $[-1; 3]$ و موجبة على $]-\infty; -1] \cup [3; +\infty[$															
2×0.5		2. النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$															
2×0.5		3. $f(-1) = \frac{14}{3}$ و $f(3) = -6$															
1		<table> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td><td></td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td></td><td>$\frac{14}{3}$</td><td>-6</td><td>$+\infty$</td></tr> </table>	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	$f'(x)$	+	-	+		$f(x)$		$\frac{14}{3}$	-6	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$													
$f'(x)$	+	-	+														
$f(x)$		$\frac{14}{3}$	-6	$+\infty$													

2×0.5	4. المماسان : $f'(x) = 5$ تعني $x^2 - 2x - 8 = 0$ للمعادلة حلان: $x' = 4$ و $x'' = -2$ ومنه يوجد مماسان لـ C_f
0.5	5. $f(x) = g(x)$ تعني $\frac{1}{3}x^3 - 5x = 0$ أي: $x(\frac{1}{3}x^2 - 5) = 0$ ومنه: $x = 0$ أو $x = \sqrt{15}$ أو $x = -\sqrt{15}$
1	إن الإحداثيات: $(0; 3)$ ، $(\sqrt{15}; -12 + 2\sqrt{15})$ ، $(-\sqrt{15}; -12 - 2\sqrt{15})$
التمرين الثالث: (06 نقط)	
1	1. الاقتراح 2: (U_n) متتالية حسابية لأن: $U_{n+1} - U_n = -2$
1	2. الاقتراح 3: الحد الخامس والأربعون للمتتالية (U_n) هو:
0.5+1	 $U_{44} = -2(44) = -88$
6	3. الاقتراح 2: المجموع هو: $-n^2 - n$ لأن: $S = \frac{n+1}{2}(0 - 2n) = -n^2 - n$
1	4. الاقتراح 1: (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{9}$ لأن: $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$
0.5+1	5. الاقتراح 2: (V_n) متتالية متناقصة لأن $V_{n+1} - V_n = -\frac{8}{9}3^{-2n} < 0$