

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2020

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- لتكن الأعداد الطبيعية  $a$  ،  $b$  و  $c$  حيث :  $a = 2020$  ،  $b = 2970$  و  $c = 1441$  .
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد  $a$  ،  $b$  و  $c$  على 9 .
  - (2) تحقّق أنّ العددين  $b$  و  $(a+5)$  متوافقان بترديد 9 .
  - (3) تحقّق أنّ:  $2a \equiv -1[9]$  ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(2a)^{31}$  على 9 .
  - (4) بيّن أنّ العدد  $(3a - 2b - 12c^2)$  يقبل القسمة على 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية حدّها الأول  $u_0$  و أساسها  $r$  حيث:  $u_2 - u_0 = 4$  و  $u_1 + u_3 = 16$  .
- (1) احسب الحدّ  $u_2$  ، ثمّ الحدّ  $u_0$  و استنتج الأساس  $r$  للمتتالية  $(u_n)$  .
  - (2) أ . بيّن أنّ الحدّ العام للمتتالية  $(u_n)$  معرّف بـ:  $u_n = 4 + 2n$  .  
ب . حدّد مع التبرير اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$  .
  - (3) بيّن أنّ العدد 2020 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$  ، محدّدًا رُتبته .
  - (4) احسب المجموع  $S$  المعرّف بـ :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1008}$  .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- الدالة العددية  $f$  معرّفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$  ،
- و  $(C_f)$  التمثيل البياني لـ  $f$  في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كلّ من  $-\infty$  و  $+\infty$  .
  - (2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$  ، ثمّ ادرس إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  .  
ب . استنتج اتجاه تغيّر  $f$  ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
  - (3) اكتب معادلة لـ  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  التي فاصلتها 2 .
  - (4) أ . تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = (x-1)^2(x-4)$  .  
ب . حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ثمّ استنتج نقط تقاطع  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل .
  - (5) احسب  $f(0)$  ثمّ ارسم كلا من  $(T)$  و  $(C_f)$  .

انتهى الموضوع الأول

**الموضوع الثاني**

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

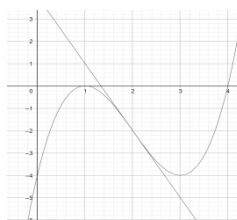
- لتكن  $(u_n)$  متتالية هندسية حدّها الأول  $u_1$  ، حدودها موجبة تماما حيث :  $u_3 \times u_5 = 2916$
- (1) احسب الحد  $u_4$ .
  - (2) علما أنّ  $u_3 = 18$  ، تحقق أنّ أساس المتتالية  $(u_n)$  هو 3 .
  - (3) احسب الحدّ الأوّل  $u_1$  ، ثمّ اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .
  - (4) عيّن رتبة الحدّ الذي قيمته 1458 . ( لاحظ أنّ:  $729 = 3^6$  )
  - (5) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

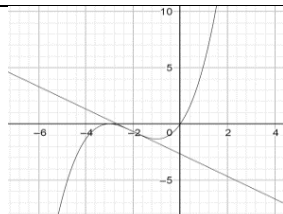
**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

- $a$  و  $b$  عدنان صحيحان حيث:  $a \equiv 2[7]$  ،  $b = 2020$  .
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $b$  على 7 .
  - (2) بيّن أنّ :  $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$  ثمّ استنتج أنّ العدد  $(a^2 + b^2)^{1962} - 8$  يقبل القسمة على 7 .
  - (3) أ . عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ،  $4^2$  و  $4^3$  على 7 .  
ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  :  $4^{3n} \equiv 1[7]$  ثمّ استنتج أنّ :  $4^{3n+1} \equiv 4[7]$  .  
ج. بيّن أنّ :  $b^{21} \equiv 1[7]$
  - (4) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  بحيث يكون :  $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$  .

**التمرين الثالث: (08 نقاط)**

- نعتبر  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x$  ،
- و  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل من  $-\infty$  و  $+\infty$  .
  - (2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = (x+3)(x+1)$  ، ثمّ ادرس إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  .  
ب. استنتج اتجاه تغير  $f$  ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
  - (3) بيّن أنّ النقطة  $A\left(-2; \frac{-2}{3}\right)$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$  .
  - (4) اكتب معادلة  $(D)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  .
  - (5) احسب  $f(0)$  ثمّ ارسم كلا من  $(D)$  و  $(C_f)$  .

| العلامة               |                  | عناصر الإجابة (الموضوع الأول)                                                                                                    |
|-----------------------|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموعة                | مجزأة            |                                                                                                                                  |
| التمرين 01: (06 نقاط) |                  |                                                                                                                                  |
| 2.25                  | 3x 0.75          | (1) $a \equiv 4[9]$ ، $b \equiv 0[9]$ و $c \equiv 1[9]$                                                                          |
| 1                     | 1                | (2) التحقق أنّ العددين $b$ و $(a + 5)$ متوافقان بترديد 9.                                                                        |
| 1.5                   | 0.5<br>0.5X2     | (3) التحقق أنّ : $2a \equiv -1[9]$<br>. استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $(2a)^{31}$ :<br>$(2a)^{31} \equiv 8[9]$       |
| 1.25                  | 5x0.25           | (4) تبين أنّ العدد $(3a - 2b - 12c^2)$ يقبل القسمة على 9                                                                         |
| التمرين 02: (06 نقاط) |                  |                                                                                                                                  |
| 1.75                  | 0.75+2x0.5       | (1) $r = 2$ ، $u_0 = 4$ ، $u_2 = 8$                                                                                              |
| 1.25                  | 0.5              | (2) أ) تبين أنّ : $u_n = 4 + 2n$                                                                                                 |
|                       | 0.75             | ب) لدينا $r > 0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما                                                                                      |
| 1.5                   | 0.75<br>0.75     | (3) $u_n = 2020$ يكافئ $n = 1008$<br>الرتبة هي 1009                                                                              |
| 1.5                   | 1.25             | (4) نجد: $s = 1021108$                                                                                                           |
| التمرين 03: (08 نقاط) |                  |                                                                                                                                  |
| 1                     | 0.5+0.5          | (1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$                                |
| 3                     | 2x0.5<br>1       | (2) أ) $f'(x) = 3(x - 1)(x - 3)$<br>دراسة إشارة $f'(x)$                                                                          |
|                       | 0.5+0.5          | ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات                                                                                                   |
| 1                     | 1                | (3) معادلة المماس: $y = -3x + 4$                                                                                                 |
| 1.5                   | 0.5              | (4) أ) التحقق أن : $f(x) = (x - 1)^2(x - 4)$                                                                                     |
|                       | 0.5+0.5          | ب) حل المعادلة $f(x) = 0$ واستنتاج نقط التقاطع                                                                                   |
| 1.5                   | 0.25<br>0.75+0.5 | (5) حساب $f(0)$<br>ورسم $(T)$ و $(C_f)$ .<br> |

| العلامة               |                   | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)                                                                                                         |
|-----------------------|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموعة                | مجزأة             |                                                                                                                                        |
| التمرين 01: (06 نقاط) |                   |                                                                                                                                        |
| 1                     | 1                 | (1) $u_4 = 54$                                                                                                                         |
| 1.25                  | 1.25              | (2) التحقق أنّ أساس المتتالية $(u_n)$ هو 3 .                                                                                           |
| 1.25                  | 0.75+0.5          | (3) $u_n = 2(3)^{n-1}$ ، $u_1 = 2$                                                                                                     |
| 1.25                  | 0.5+0.75          | (4) لدينا $u_n = 1458$ يكافئ $n = 7$ و رتبته 7                                                                                         |
| 1.25                  | 1.25              | (5) $S_n = 3^n - 1$                                                                                                                    |
| التمرين 02: (06 نقاط) |                   |                                                                                                                                        |
| 1                     | 1                 | (1) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 7 .                                                                                      |
| 1                     | 0.5<br>0.5        | (2) تبين أنّ : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$ .<br>استنتاج أنّ: $8 - (a^2 + b^2)^{1962}$ يقبل القسمة على 7 .                                 |
| 3                     | 0.75              | (3 أ) تعيين بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ، $4^2$ و $4^3$ على 7                                                             |
|                       | 0.75<br>0.5       | (ب) تبين أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $4^{3n} \equiv 1[7]$<br>استنتاج أنّ: $4^{3n+1} \equiv 4[7]$                                   |
|                       | 1                 | (ج) بيان أنّ: $b^{21} \equiv 1[7]$                                                                                                     |
| 1                     | 1                 | (4) تعيين الأعداد الطبيعية $n$ بحيث يكون: $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$                                                               |
| التمرين 03: (08 نقاط) |                   |                                                                                                                                        |
| 1                     | 0.5+0.5           | (1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$                                      |
| 3                     | 0.5x2             | (2 أ) $f'(x) = (x+3)(x+1)$ و إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ .                                                                          |
|                       | 1                 | (ب) $f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -3]$ و $[-1; +\infty[$                                                             |
|                       | 1                 | ومتناقصة تماما على المجال $[-3; -1]$<br>جدول التغيرات                                                                                  |
| 1.5                   | 0.5x3             | (3) $A$ هي نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$ :<br>حساب $f''(x)$ ، حل المعادلة $f''(x) = 0$ و هو $(x = -2)$ ، إشارة $f''(x)$ .                |
| 1                     | 1                 | (4) $(D): y = -x - \frac{8}{3}$                                                                                                        |
| 1.5                   | 0.25<br>0.25<br>1 | (5) $f(0) = 0$<br>ورسم كلا من $(D)$ و $(C_f)$ .<br> |