

التمرين الأول : (3 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

$$f(x) = e - \frac{1 + \ln x}{x} \quad \text{بـ} :]0 ; +\infty [\text{ الدالة المعرفة على }$$

$$(1) \text{ من أجل } [0 ; +\infty [: f'(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$$

$$(2) \text{ الدالة } f \text{ متزايدة تماما على المجال } [0 ; +\infty [.$$

$$(3) \text{ المستقيم ذو المعادلة } y = e \text{ هو مقارب لمنحنى الدالة } f \text{ بجوار } +\infty .$$

التمرين الثاني : (17 نقطة)

$$(I) \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ} : g(x) = 1 + (4x - 8)e^{-x}$$

$$(1) \text{ أ) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) .$$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

$$(2) \text{ أ) بين أن المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل حل وحيد } \alpha \text{ حيث : } 1.18 < \alpha < 1.19 .$$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

$$(II) \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ} : f(x) = x + (4 - 4x)e^{-x}$$

(C_f) منحنى الدالة في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$(1) \text{ أ) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ثم بين أن } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty .$$

$$\text{ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x : f'(x) = g(x)$$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

$$(2) \text{ أ) بين أن المستقيم } (\Delta) \text{ ذا المعادلة } y = x \text{ ، مقارب مائل للمنحنى } (C_f) \text{ عند } +\infty .$$

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

$$(3) \text{ أ) بين أن المنحنى } (C_f) \text{ يقبل مماسا } (T) \text{ يوازي } (\Delta) .$$

$$\text{ب) تحقق أن : } y = x - 4e^{-2} \text{ معادلة لـ } (T) .$$

$$(4) \text{ احسب } f(0) \text{ و } f(-0.5) \text{ ثم مثل } (T) \text{ ، } (\Delta) \text{ و } (C_f) . \text{ (نأخذ } f(\alpha) \approx 0.96 \text{)}$$

$$(5) \text{ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ عدد و إشارة حلول المعادلة : } f(x) = x + m$$

الحل النموذجي لفرض الفصل الأول في مادة الرياضيات
الشعبة: 3 تقني رياضي 2024 - 2025

الإجابة عن التعرّين الثاني:

ن.س. $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ (1) (P)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x-8) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$

ن.س. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ (0,75)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 4 \frac{x^0}{e^x} - \frac{8^0}{e^x}$
 $= 1$

$g'(x) = 4e^{-x} + (-1)e^{-x}(4x-8)$ (P)
 $= [4 + (-1)(4x-8)]e^{-x}$
 $= [4 - 4x + 8]e^{-x}$

$g'(x) = (-4x + 12)e^{-x}$ (0,1)

علامة $g'(x)$ من علامة $-4x + 12$
 $-4x + 12 = 0$ تكافئ $-4x = -12$

تكافئ $x = 3$ (0,1)

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-

الدالة g متزايدة تقام مع المجال $]-\infty, 3]$ (0,5)

الدالة g متناقصة تقام مع المجال $[3, +\infty[$

الإجابة عن التعرّين الأول:

(1) صحيح (0,5)

التبرير:
 $f'(x) = 0 - \frac{\frac{1}{x} \cdot x - 1(1 + \ln x)}{x^2}$
 $= -\frac{1 - 1 - \ln x}{x^2}$
 $= -\frac{-\ln x}{x^2}$ (0,5)
 $= \frac{\ln x}{x^2}$

(2) خطأ (0,5)

التبرير:
علامة $f'(x)$ من علامة $\ln x$
 $\ln x = 0$ تكافئ $x = 1$ (0,5)

x	0	1	$+\infty$
$\ln(x)$		- 0 +	

الدالة f متناقصة تقام مع $]0, 1]$
الدالة f متزايدة تقام مع $[1, +\infty[$

(3) صحيح (0,5)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e - \frac{1^0}{x} - \frac{\ln x^0}{x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e$ (0,5)

بما أن المميز (f) يقبل مستقيم مقارب
أ. $+\infty$ مائلته e

$$f'(x) = 1 - 4e^{-x} + (-1)e^{-x}(4-4x)(1) \\ = 1 + [-4 + (-1)(4-4x)]e^{-x} \\ = 1 + (-4-4+4x)e^{-x} \\ = 1 + (4x-8)e^{-x}$$

$$f'(x) = g(x) \quad (0.1)$$

(1) إشارة $f'(x)$ من أجل x و $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

$$f(x) - y = x + (4-4x)e^{-x} \quad (P) \quad (e)$$

$$f(x) - y = (4-4x)e^{-x}$$

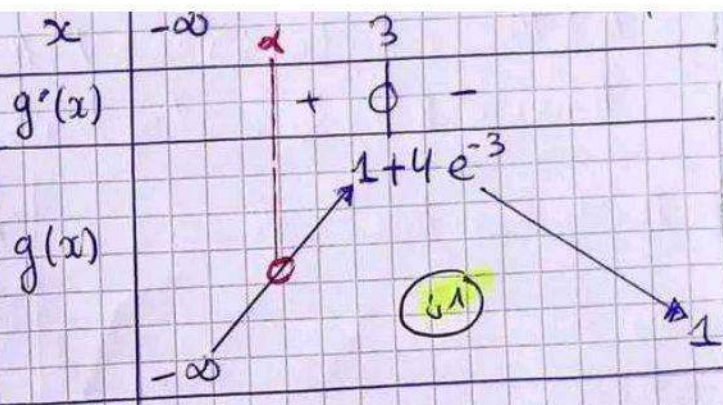
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^x} - 4 \frac{x}{e^x} \\ = 0 \quad (0.75)$$

اذنا انحنى (C) يقبل مستقيم مقارب
مائل (D) بجوار $+\infty$

كإشارة $f(x) - y$ من إشارة $4-4x$

$$4-4x=0 \quad \text{يكافئ} \quad 4x=4 \quad \text{يكافئ} \quad x=1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-
(C) فوق	(C) تحت	(C) يقطع (D) عند	(C) تحت



(P) الدالة g مستمرة ورتيبة كما
في المجال $]1, 18[, 1, 19[$

(0.1)

$$-0.008 < 0 < 0.014 \quad \begin{cases} g(1,18) \approx -0.009 \\ g(1,19) \approx 0.014 \end{cases}$$

حسب مبرهنة القيمة المتوسطة المطابقة

$$g(x) = 0 \quad \text{تقبل حل واحد في المجال}$$

$$]1, 18[, 1, 19[$$

(ب) إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

$$f(x) = x + (4-4x)e^{-x} \quad (II)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{4}{e^x} - 4 \frac{x}{e^x} \quad *$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (0.75)$$

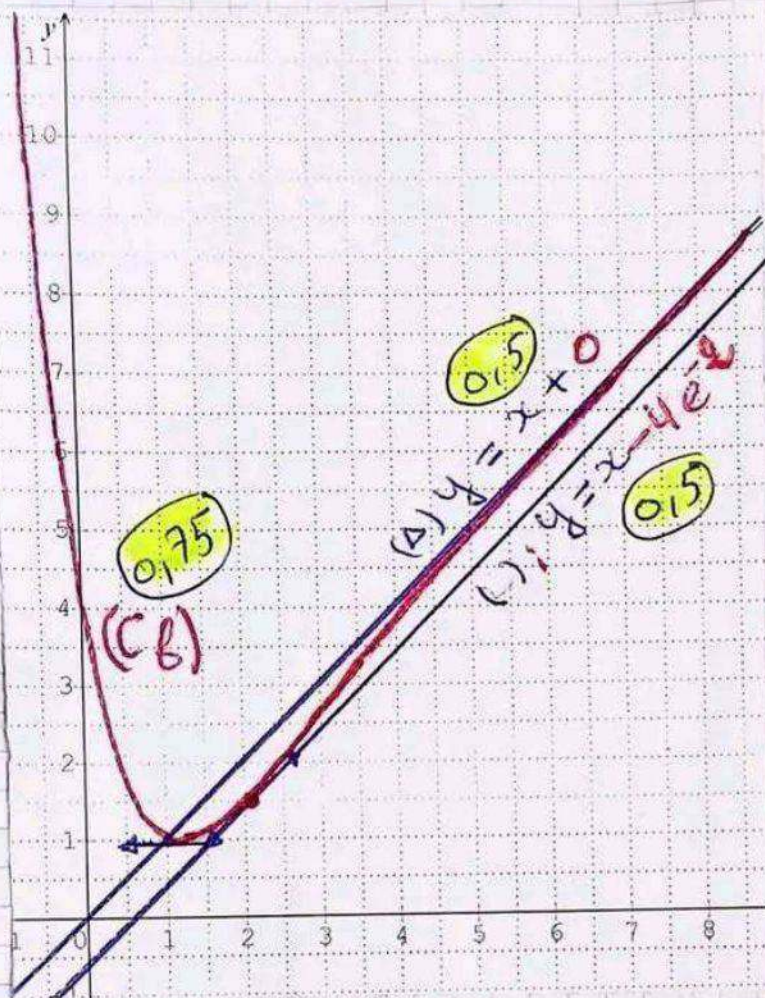
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x + (4-4x)e^{-x} \quad *$$

(0.75)

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} \left[\frac{x}{e^{-x}} + 4 - 4x \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} \left(\frac{x}{e^{-x}} + 4 - 4x \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$



(5)

$m \in]-\infty, -4e^{-2}]$ المعادلة لا تقبل حلول

$m = -4e^{-2}$ المعادلة تقبل حل واحد

موجب تماماً

$m \in]-4e^{-2}, 0]$ المعادلة تقبل حلين

موجبين تماماً

$m \in]0, 4]$ المعادلة تقبل حل واحد

موجب تماماً

$m = 4$ المعادلة تقبل حل مزدوم

$m \in]4, +\infty[$ المعادلة تقبل حل

سالب تماماً

(3)

(P) معامل توجيه (A) هو 1

$f(x) = 1$ تكافؤ: $g(x) = 1$

تكافؤ: $1 + (4x - 8)e^{-x} = 1$

تكافؤ: $(4x - 8)e^{-x} = 0$

تكافؤ: $4x - 8 = 0$

تكافؤ: $4x = 8$

تكافؤ: $x = 2$

ماذن (C6) يقبل معادلا (T)

عند النقطة ذات الفاعله 2

معامل توجيهه 1

(U) $y = f'(2)(x - 2) + f(2)$

$y = 1(x - 2) + 2 - 4e^{-2}$

$y = x - 2 + 2 - 4e^{-2}$

(T) $y = x - 4e^{-2}$

(4) $f(-0.2) \approx 9.4$

$f(0) = 4$