

المدة: 01 ساعة : 2023/11/28

المستوى: 03 رياضيات، ت رياضي

الموضوع:

مشروع ستارلينك (Starlink)

✓ اطلق رجل الاعمال الامريكي **إيلون ماسك** مشروع **ستارلينك** بداية من سنة 2018 و يهدف المشروع إلى توفير خدمات الإنترنت عبر شبكة ضخمة من الأقمار الاصطناعية. ويستهدف الأشخاص الذين يعيشون في المناطق النائية الذين لا يستطيعون الحصول على إنترنت عالي السرعة.

✓ وضعت أقمار ستارلينك في مدارات منخفضة حول الأرض لجعل الاتصال بين الأقمار الاصطناعية والأرض في أسرع وقت ممكن.

✓ بعد اندلاع معركة **طوفان الأقصى** بين مجاهدي غزة والاحتلال الصهيوني بتاريخ 07 أكتوبر 2023 قام هذا الأخير بقطع الإنترنت عن كل مناطق غزة ، تدخل برنا مج **ستارلينك** وقام بتوفير خدمة الإنترنت الى منظمات الاغاثة الدولية **بغزة**.
✓ اليك مجموعة من اقمار ستارلينك في الجدول التالي :



اسم القمر	Starlink -01	Starlink -02	Starlink -03	Starlink -04	Starlink -05
$T(mn)$	95.1	105.4	177.5	1440	287.4
$r(\times 10^6 m)$	6.88	7.38	10.48	42.105	14.38
$\frac{T^2}{r^3} (\times 10^{-14} s^2 / m^3)$					

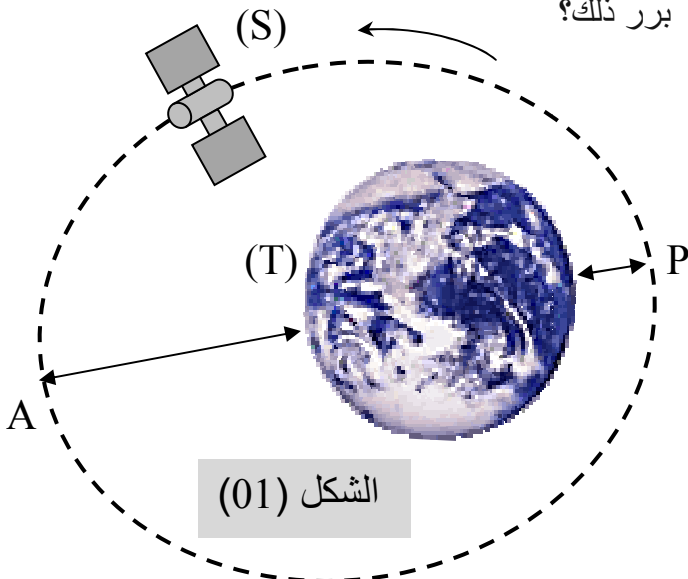
حيث T : يمثل دور القمر حول الارض و r يمثل البعد المتوسط بين مركزي الارض (T) والقمر (S)

I - الحركة الاهلجية للقمر (S) :

يدور قمر اصطناعي (S) والذي نعتبره نقطة مادية حول الارض وفق المسار الذي يبينه الشكل (01)، يبلغ ارتفاع القمر (S) عن سطح الارض عند نقطة الحضيض بـ $h_p = 4.5 \times 10^5 m$ و عند نقطة الاوج بـ $h_a = 1.55 \times 10^6 m$

- 1 - يبين الشكل (01) ان احد قوانين كيبلر محقق ، ماهو هذا القانون، برر ذلك؟
- 2 - استنتج نصف القطر الكبير a للمدار .
- 3 - ماذا يمثل مركز الارض في هذا المدار؟
- 4 - بالاعتماد على قانون كيبلر الثاني ، بين ان حركة القمر (S) غير منتظمة.

5 - يمثل القمر (S) احد الاقمار المذكورة في الجدول السابق بينه مع التبرير؟



II - الحركة الدائرية للقمر (S) :

نعتبر الآن ان حركة القمر (S) حول محور الارض دائرية وفي اتجاه (02) دوران الارض وبسرعة ثابتة $v = 3060.41 m/s$. كما هو مبين في الشكل)

1 - مثل على الشكل (02) قوة تأثير الارض $\vec{F}_{T/S}$ على القمر (S)

2 - اكتب عبارة القوة $\vec{F}_{T/S}$ في المحور $(O, \vec{u})$ بدلالة : $G, M_T, m_S, R_T, h, \vec{u}$

3 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر (S) :

3-1 / اكتب عبارة سرعة المدار v_{orb} بدلالة : G, M_T, R_T, h .

3-2 / استنتج نصف قطر مدار هذا القمر ثم دوره T ، هل يعتبر جيومستقر .

3-3 / عينه من بين الاقمار الموجودة في الجدول.

4 - بمقارنة قوة الثقل $\vec{P}$ مع القوة $\vec{F}_{T/S}$:

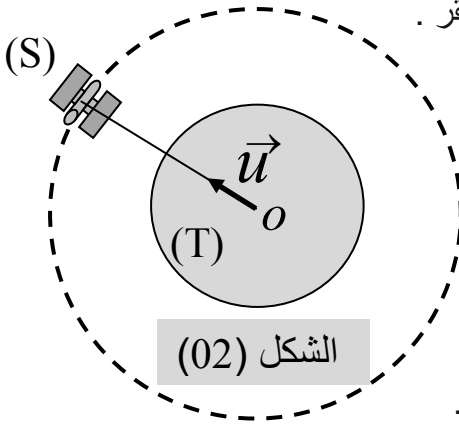
4-1 / بين ان عبارة شدة شعاع تسارع الجاذبية الارضية يكتب

$$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{على الشكل :}$$

4-2 / استنتج شدة الجاذبية الارضية g عند نقطة من مدار القمر (S).

4-3 / استنتج شدة الجاذبية الارضية g_0 عند نقطة من سطح الارض .

4-4 / بين ان العلاقة بين g و g_0 تكتب على الشكل : $g = g_0 \cdot \left(\frac{R_T}{R_T + h}\right)^2$



III - قانون كيبلر الثالث :

1 - اتمم الجدول السابق

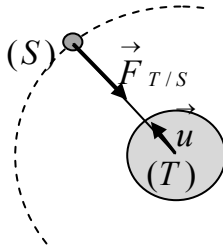
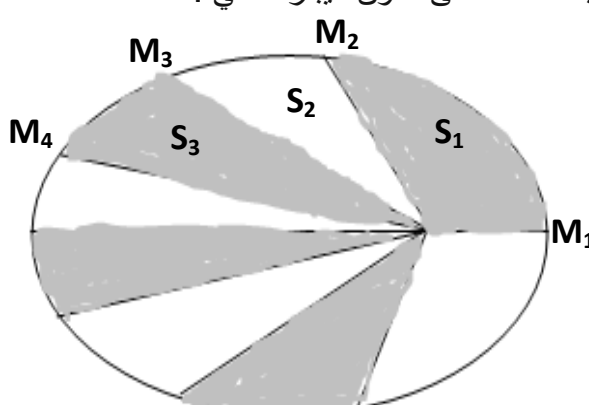
2 - هل قانون كيبلر الثالث محقق ، برر اجابتك؟

3 - استنتج دور وسرعة القمر Starlink-05

المعطيات :

كتلة الارض	ثابت الجذب العام	نصف قطر الارض
$M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ S.I}$	$R_T = 6380 \text{ km}$

انتهى بالتوفيق للجميع

النقطة	التحليل	النقطة	التحليل
	II - الحركة الدائرية للقمر (S) : 1 - تمثيل قوة تأثير الارض $\vec{F}_{T/S}$ على القمر (S)  01 2 - عبارة القوة $F_{T/S}$ في المحور $(O, \vec{u})$ بدلالة : $G, M_T, m_S, R_T, h, \vec{u}$ $\vec{F}_{T/S} = -G \frac{M_T \cdot m_S}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u} \dots\dots (01)$ 01 3 - 1 / عبارة سرعة المدار v_{orb} بدلالة : G, M_T, R_T, h 02 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر (S) $\sum \vec{F}_{ext} = m_S \cdot \vec{a}_G$ $\Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m_S \cdot \vec{a}_G \dots\dots (02)$ باسقاط العلاقة (02) على المحور $(O, \vec{u})$ $- F_{T/S} = -m_S \cdot a_n$ $\Rightarrow G \cdot \frac{M_T \cdot m_S}{r^2} = m_S \cdot \frac{v_{orb}^2}{r}$ $\Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} \dots\dots (02)$ 3 - 2 / استنتاج نصف قطر والدوره T للمدار 02 $(02) \Rightarrow r = \frac{G \cdot M_T}{v_{orb}^2} = 42.73 \times 10^6 m$ الدور : $T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = 1461.3 mn$		I - الحركة الاهلجية للقمر (S) : 1 - قانون كيبلر المحقق: القانون الاول التبرير: يدور القمر الاصطناعي حول الارض في مسار اهليجي 2 - استنتاج نصف القطر الكبير a للمدار . علاقة الاهليج : 01 $AP = h_A + h_B + 2 \cdot R_T$ $2a = h_A + h_B + 2 \cdot R_T$ $\Rightarrow a = \frac{h_A + h_B + 2 \cdot R_T}{2} = 7.38 \times 10^6 m$ 02 3 - موقع مركز الارض في هذا المدار حسب القانون الاول لكيبلر ، يشغل مركز الارض احد محراقي الاهليج 4 - تبين ان حركة القمر (S) غير منتظمة. بالاعتماد على قانون كيبلر الثاني :  $S_1 = S_2 = S_3$ $\Rightarrow M_1 M_2 > M_2 M_3 > M_3 M_4$ $\Rightarrow \frac{M_1 M_2}{\Delta t} > \frac{M_2 M_3}{\Delta t} > \frac{M_3 M_4}{\Delta t}$ $\Rightarrow v_1 (moy) > v_2 (moy) > v_3 (moy)$ ومنه سرعة المدار تكون متغيرة غير منتظمة. 5 - تبين القمر (S) في الجدول السابق مع التبرير 01 بما ان : $a = r = 7.38 \times 10^6 m$ فان القمر (S) هو : Starlink -02

التحليل	النقطة	التحليل	النقطة												
3 - 3 / تعيين القمر (S) من بين الاقمار الموجودة في الجدول. بمقارنة قيمتي r و T مع القيم المعطاة في الجدول <table><tr><td>$T(mn)$</td><td>$(\times 10^6 m)$</td><td></td></tr><tr><td>1461</td><td>42.73</td><td>القمر (S)</td></tr><tr><td>1440</td><td>42.1</td><td>Starlink -o4</td></tr></table> القمر (S) $\Leftrightarrow$ Starlink -o4 4 - 1 / اثبات العبارة : $g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$ (03) $F_{T/S} = G \frac{M_T \cdot m_S}{(R_T + h)^2} \dots$ (04) $P = m_S \cdot g \dots$ $\Rightarrow F_{T/S} = P$ $\Rightarrow G \frac{M_T \cdot m_S}{(R_T + h)^2} = m_S \cdot g$ $\Rightarrow g = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \dots$ (05) 4 - 2 / استنتج شدة الجاذبية الارضية g عند نقطة من مدار القمر (S). $\Rightarrow g = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(42.73 \cdot 10^6)^2} =$ $\Rightarrow g = 0.22 N / kg$ 4 - 3 / استنتج شدة الجاذبية الارضية g_0 عند نقطة من سطح الارض . (05) $\Rightarrow g_0 = G \frac{M_T}{(R_T + 0)^2} = 9.83 N / kg$	$T(mn)$	$(\times 10^6 m)$		1461	42.73	القمر (S)	1440	42.1	Starlink -o4	01	01	01			
$T(mn)$	$(\times 10^6 m)$														
1461	42.73	القمر (S)													
1440	42.1	Starlink -o4													
4 - 4 / اثبات العلاقة : $g = g_0 \cdot \left(\frac{R_T}{R_T + h}\right)^2$ $g = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = \frac{G \cdot M_T}{R_T \cdot \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2}$ $g = \frac{g_0}{\left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2} \Rightarrow g = g_0 \cdot \left(\frac{R_T}{R_T + h}\right)^2$ III - قانون كيبلر الثالث : 4 - 1 / - اتمام الجدول السابق <table><tr><td>S-05</td><td>S-04</td><td>S-03</td><td>S-02</td><td>S-01</td><td>اسم القمر</td></tr><tr><td>10^{-13}</td><td>10^{-13}</td><td>10^{-13}</td><td>10^{-13}</td><td>10^{-13}</td><td>$\frac{T^2}{r^3} (\times 10^{-14} s^2 / m^3)$</td></tr></table> 2 - التحقق من قانون كيبلر الثالث مع تبرير نلاحظ ان النسبة $\frac{T^2}{r^3} = 10^{-13} S^2 \cdot m^{-3}$ تبقى ثابتة مهما تغير مدار الحركة وهو يتماشى مع قانون كيبلر الثالث 3 - استنتج سرعة القمر Starlink -o5 ط1 : 01 $v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24}}{14.38 \times 10^6}}$ $v_{orb} = 5275.4 m / s$ ط2 : 02 $v_{orb} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \frac{6.28 \times 14.38 \times 10^6}{287.4 \times 60} = 5237 m / s$	S-05	S-04	S-03	S-02	S-01	اسم القمر	10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}	$\frac{T^2}{r^3} (\times 10^{-14} s^2 / m^3)$	01	01	01
S-05	S-04	S-03	S-02	S-01	اسم القمر										
10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}	10^{-13}	$\frac{T^2}{r^3} (\times 10^{-14} s^2 / m^3)$										