



فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1. ليكن ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين، I منتصف القطعة المستقيمة $[CB]$ و D نظيرة B بالنسبة إلى النقطة A ولتكن E النقطة المعرفة بـ: $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
 1. أنشئ النقط I ، D و E .
 2. بين أن الشعاعين $\overrightarrow{IA}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطان خطيا.
- II. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط K ، L و N حيث: $K(1;1)$ ،

$$\overrightarrow{ON} = -2\vec{i} \quad , \quad \overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$
 1. عين إحداثي كل من L و N ثم علم النقط K ، L و N .
 2. ماهي طبيعة المثلث KNL ؟
 3. عين إحداثي R مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث KNL ثم أحسب طول نصف قطرها

التمرين الثاني:

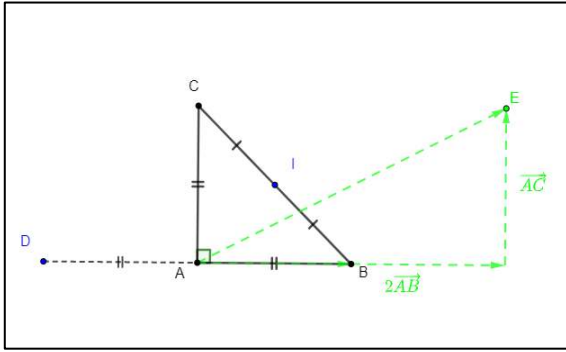
- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 3$.
- (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
1. تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x) = (x-2)^2 - 1$
 2. عين صور الاعداد 1 ، -1 ، 2
 3. عين السوابق الممكنة إن وجدت للأعداد: 3 ، 1 ، -2 .
 4. عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.
 5. أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty, 2]$ ، $[2; +\infty[$.
ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .
 6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - f(2) \geq 0$. ماذا تستنتج؟

تصحيح فرض الفصل الثاني

التمرين الأول:

الجزء الأول:

1. انشاء التقط I ، D و E .



2. تبيين أن الشعاعين $\overrightarrow{IA}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطان خطياً.

لدينا: $\vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AB})$ لأن I منتصف $[BC]$ و ABC مثلث قائم.

من جهة أخرى لدينا: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}$ (تطبيق علاقة شال)

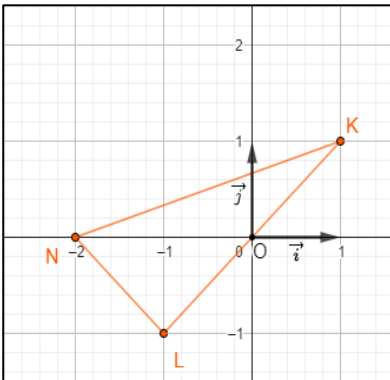
وبما D نظيرة B بالنسبة إلى A فإن: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA}$ ومنه: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$ وعليه: $\overrightarrow{CD} = -(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})$

بالتعويض في الشعاع $\overrightarrow{AI}$ نجد : $\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ ومنه: يوجد $k = -\frac{1}{2}$ حيث: $\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{CD}$

وعليه: $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطان خطياً.

الجزء الثاني:

1. تعيين إحداثي كل من L و N ثم تعليم النقط K ، L و N .



♦ لدينا $\overline{KL} \begin{pmatrix} x_L - x_K \\ y_L - y_K \end{pmatrix}$ أي $\overline{KL} \begin{pmatrix} x_L - 1 \\ y_L - 1 \end{pmatrix}$ لكن $\overline{KL} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

ومنہ ينتج أن $\begin{cases} x_L - 1 = -2 \\ y_L - 1 = -2 \end{cases}$ إذن $.L(-1;-1)$

♦ لدينا $\overrightarrow{ON} = -2\vec{i}$ إذن $N(-2;0)$.

2. طبيعة المثلث *KNL*.

$$.KN = \sqrt{(x_N - x_K)^2 + (y_N - y_K)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{10} \quad \text{لدينا}$$

بالمثل نجد $LN = \sqrt{2}$ و $LK = \sqrt{8}$.

ومنه لدينا $KN^2 = LK^2 + LN^2$ إذن حسب نظرية فيثاغورث العكسية المثلث KNL قائم في L .

3. تعيين إحداثي R مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث KNL وطول نصف قطرها.

بما أن R مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث KNL القائم في L فإن R منتصف القطعة $[KN]$ (وتر المثلث القائم)

واحداتها $R(x_R; y_R)$ حيث:

$$R\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \text{ إذا: } \begin{cases} x_R = \frac{x_K + x_N}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_R = \frac{y_K + y_N}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

1. **التحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x يكون:** $f(x) = (x-2)^2 - 1$

$$(x-2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3 = f(x)$$

2. **تعيين صور الاعداد 2 ، -1 ، 1**

$$f(2) = (2)^2 - 4 \times (2) + 3 = -1 \quad , \quad f(-1) = (-1)^2 - 4 \times (-1) + 3 = 8 \quad , \quad f(1) = 1^2 - 4 \times 1 + 3 = 0$$

3. **تعيين السوابق الممكنة إن وجدت للأعداد: 3 ، 1 ، -2 .**

$$f(x) = 3 \quad \text{تكافئ:} \quad x^2 - 4x + 3 = 3 \quad \text{ومنه:} \quad x^2 - 4x = 0 \quad \text{ومنه:} \quad x(x-4) = 0 \quad \text{ومنه:} \quad x = 0 \quad , \quad x = 4$$

$$f(x) = 1 \quad \text{تكافئ:} \quad (x-2)^2 - 1 = 1 \quad \text{ومنه:} \quad (x-2)^2 = 2 \quad \text{ومنه:} \quad x - 2 = \sqrt{2} \quad \text{ومنه:} \quad x = 2 + \sqrt{2}$$

$$f(x) = -2 \quad \text{تكافئ:} \quad (x-2)^2 - 1 = -2 \quad \text{ومنه:} \quad (x-2)^2 = -1 \quad \text{ومنه المعادلة لا تقبل حل إذا لا توجد سوابق للعدد (-2)}$$

4. **تعيين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.**

$$\text{أ- مع حامل محور الفواصل: } f(x) = 0 \quad \text{تكافئ:} \quad (x-2)^2 - 1 = 0 \quad \text{ومنه:} \quad (x-2)^2 = 1 \quad \text{ومنه:} \quad x - 2 = 1 \quad \text{ومنه:} \quad x = 3$$

$$\text{إذا: } (C_f) \cap (xx') = \{(3;0), (-1;0)\}$$

$$\text{ب- مع محور الترتيب: لدينا: } f(0) = 3 \quad \text{إذا: } (C_f) \cap (yy') = \{(0;3)\}$$

5. **أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; 2]$ ، $[2; +\infty[$.**

- **على المجال $]-\infty; 2]$:**

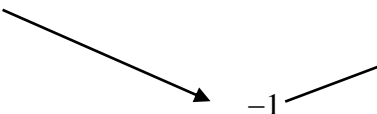
♦ **ليكن x_1 و x_2 من المجال $]-\infty; 2]$ بحيث $x_1 < x_2$.**

لدينا $x_1 < x_2 \leq 2$ ، بإضافة (-2) للأطراف نجد $x_1 - 2 < x_2 - 2 \leq 0$ ومنه $(x_1 - 2)^2 > (x_2 - 2)^2$ وبإضافة (-1) للأطراف نجد

$$(x_1 - 2)^2 - 1 > (x_2 - 2)^2 - 1 \quad \text{أي} \quad f(x_1) > f(x_2) \quad \text{ما يعني أن الدالة } f \text{ متناقصة تماما على المجال }]-\infty; 2].$$

♦ **بطريقة مماثلة نجد أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[2; +\infty[$.**

ت- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$h(x)$			

7. **تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - f(2) \geq 0$**

$$\text{لدينا: } f(x) - f(2) = (x-1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 \geq 0 \quad \text{وهو المطلوب.}$$

نستنتج ان $f(x) \geq f(2)$ ومنه الدالة تقبل قيمة حدية صغرى عند 2 تساوي (-1)