

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (10 نقاط)

- I - لتكن g دالة كثير حدود معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x - 4$.
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
 - ② أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ③ أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.1 < \alpha < 2.2$.
 - ④ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}/\{-1;1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$.

- ① $\leftarrow (C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا .
 - ② أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - ③ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{-1;1\}$: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$.
ب - استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ④ عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

⑤ أ - عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d حيث من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{-1;1\}$: $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 - 1}$.

ب - أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

ج - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

⑥ بين أن : $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha + 2$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-1}) .

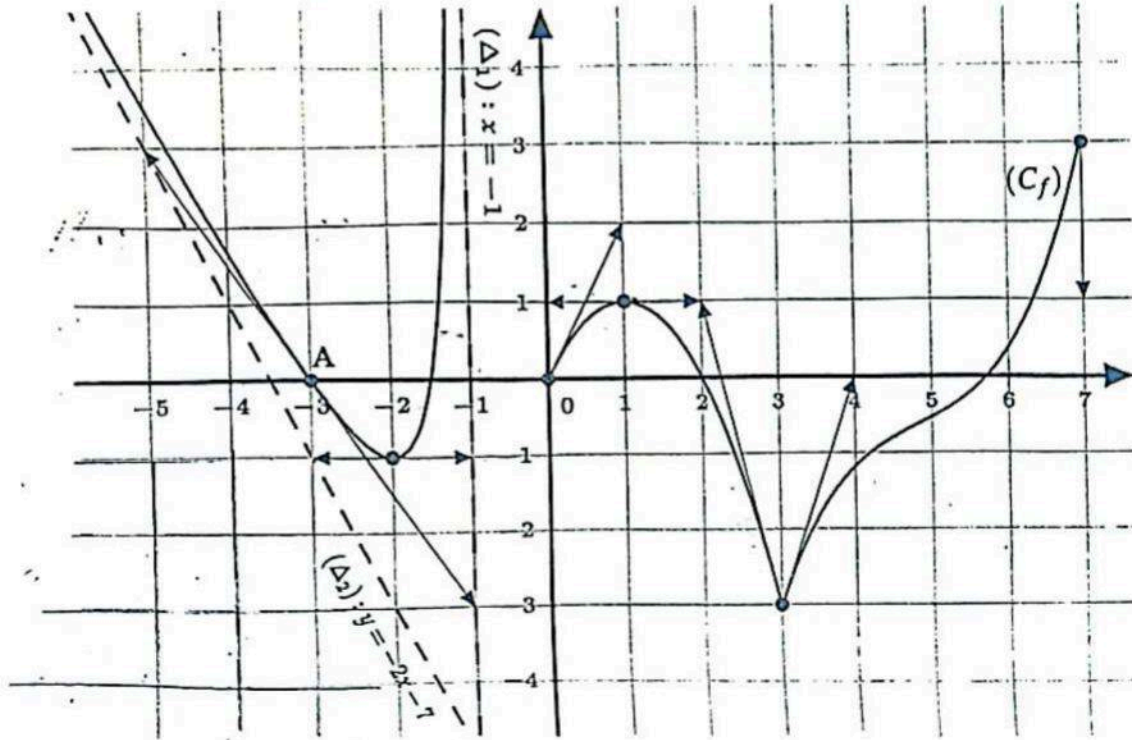
⑦ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ) (لا يطلب كتابة معادلتيهما) .

⑧ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

التمرين الثاني (10 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $] -\infty, -1[\cup [0, 7]$

(C_f) تمثيلها البياني يقبل مستقيمان مقاربان (Δ_1) و (Δ_2) كما هو مبين في الشكل :



I بقراءة بيانية عين :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + 2x + 7] \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad ①$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{f(x) - 3}{x - 7}, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - 1}{h}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}, \quad f'(-2) \quad ②$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{f(x) + 3}{x - 3} \right) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{f(x) + 3}{x - 3} \right) \quad \text{ثم فسر النتيجة بيانيا.} \quad ③$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x^2 - 9} = \frac{1}{4} \quad \text{بين أن :} \quad ④$$

II. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $g(x) = \frac{-2x^2 - 9x - 9}{x + 1}$

$$\text{بين أن :} \quad g'(x) = \frac{-2x(x+2)}{(x+1)^2} \quad \text{ثم ادرس تغيرات الدالة } g.$$

III. لتكن الدالة h المعرفة كما يلي : $h(x) = \begin{cases} g\left(\frac{1}{x}\right); & x \in]-\infty, -1[\cup]-1, 0[\\ \sqrt{x^2 + 4x} - 2; & x \geq 0 \end{cases}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني.

① من أجل كل x من $] -\infty, -1[\cup]-1, 0[$ و باستعمال مشتقة دالة مركبة استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

② ادرس قابلية اشتقاق الدالة h على يمين العدد 0 ثم فسر النتيجة هندسيا.

③ من أجل كل $x \geq 0$ بين أن المستقيم (D) : $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_h).