



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور النسبة المئوية لنتائج شهادة البكالوريا في ثانوية ما، من سنة 2011 إلى سنة 2017.

السنة	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
النسبة المئوية $y_i \%$	44,78	49,79	51,36	56,07	58,84	62,45	75,01

- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد (نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 5% على محور الترتيب).
- (2) احسب $(\bar{X}; \bar{Y})$ إحداثي G ، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$.
- (3) لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; y_i)$.
بين أن $a = 4,41$ (تدور النتيجة إلى 10^{-2})، ثم احسب قيمة b .
- (4) باستعمال التعديل الخطي السابق، ابتداء من أي سنة تتجاوز نسبة النجاح 80% ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أُجريت دراسة إحصائية على قسم نهائي تسيير واقتصاد حول ممارسة التلاميذ لرياضة ما، فكانت النتائج كما يلي:

70% من التلاميذ إناث، منهم 50% لا يمارسون هذه الرياضة.
90% من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة.

نختار عشوائيا تلميذا من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية:

G : التلميذ المختار ذكر.

F : التلميذ المختار أنثى.

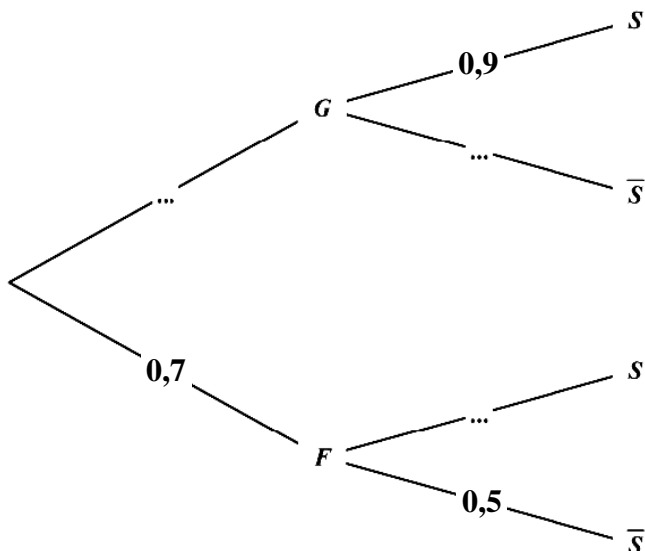
S : التلميذ المختار يمارس هذه الرياضة.

(1) انقل الشجرة المقابلة ثم أكملها.

(2) احسب الاحتمالات الآتية:

$P_S(G)$ و $P_{\bar{S}}(F)$ ، $P(G \cap \bar{S})$ ، $P(S)$

(3) هل الحادثتان G و $\bar{S}$ مستقلتان ؟ برّر إجابتك.



التمرين الثالث: (04 نقاط)

(I) لتكن المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي :

$$u_0 = 50 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = 0,7u_n + 6 \text{ و } v_n = u_n - 20$$

(1) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 0,7 يطلب تعيين حدّها الأول v_0 ، وكتابة عبارة v_n بدلالة n .

(2) أ. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n .

ب. عيّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(II) تملك جريدة يومية 5000 مشترك في سنة 2016. بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين وتكتسب 600 مشترك جديد.

نعتبر المئة هي الوحدة: ونرمز بـ u_n لعدد المشتركين في سنة $2016 + n$ أي $u_0 = 50$

(1) ما هو عدد المشتركين في سنة 2017؟ ثم في سنة 2018 ؟

(2) أ. برّر العبارة $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$.

ب. ابتداء من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك؟

التمرين الرابع: (08 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ : $f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$.
وليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$.

(1) احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2; 8[$ و فسّر النتيجة بيانياً.

(2) تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-2; 8[$: $f'(x) = \frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. $f'(x)$ مشتقة الدالة f .

(3) ادرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2; 8[$ وشكّل جدول تغيّرات الدالة f .

(4) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

(5) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-2; 8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2; 8[$ و $f(6-x) = f(x)$ ،
ثم فسّر النتيجة بيانياً.

(6) ارسم المنحنى (C_f) .

(7) لتكن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ :

$$F(x) = (x+2)\ln(x+2) + (x-8)\ln(-x+8) - 2x - x \ln 16$$

بيّن أنّ F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2; 8[$.

(8) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها :

$$y=0, \quad x=0 \text{ و } x=4$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطوّر عدد المتقاعدين من سنة 2009 إلى سنة 2014 بالجزائر. (الديوان الوطني للإحصائيات).

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المتقاعدين y_i (بالملايين)	2,17	2,19	2,32	2,48	2,63	2,77

- 1) مثلّ سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد. (نأخذ كوحدة بيانية: 2 cm لكل سنة على محور الفواصل و 2 cm لكل مليون متقاعد على محور الترتيب).
 - 2) عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G ثم علّمها.
 - 3) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمرتبّعات الدّنيا.
 - 4) نفرض أن تطوّر عدد المتقاعدين يبقى على هذه الوتيرة في السنوات الموالية.
- أ. قّدّر عدد المتقاعدين في الجزائر في سنة 2020.
- ب. ابتداء من أيّ سنة يتعدّى عدد المتقاعدين في الجزائر 4 ملايين متقاعد.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تضمّ مؤسسة إنتاجية موظفين من الجنسين

رجالا يرمز لهم بـ H و نساء يرمز لهن بـ F .

منهم الإداريون A ، المهندسون I و العمال T .

موزعين حسب الجدول المقابل:

	الإداريون A	المهندسون I	العمال T
الرجال	12%	13%	27%
النساء	16%	12%	20%

يخضع الموظفون لفحص طبي دوري. نختار عشوائيا موظفا.

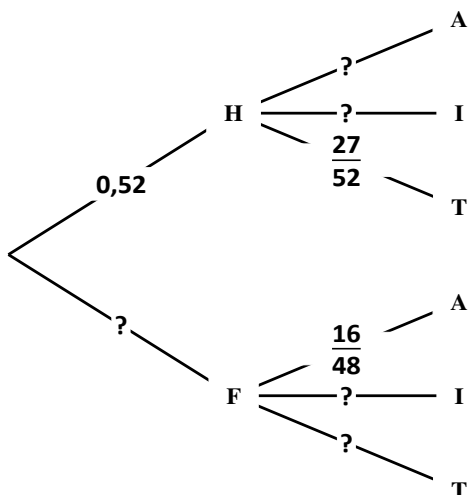
1) أ. بيّن أنّ احتمال أن يكون الموظف رجلا هو $P(H) = 0,52$

ب. انقل ثمّ أتمم الشجرة.

2) احسب $P(H \cap T)$ و $P(F \cap I)$.

3) ما احتمال أن يكون الموظف مهندسا؟

4) ما احتمال أن يكون الموظف رجلا علما أنّه إداري؟



التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_{n+1} = u_n + 6$

(1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 6$.

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 6$

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب. اكتب v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) احسب بدلالة n ما يلي: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+1}$.

ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g(x) > 0$ (لا يطلب حساب النهايات)

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + xe^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f).

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

(2) بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 4$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $3,75 < \alpha < 3,77$.

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم ارسم (T)، (Δ) و (C_f).

(5) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - (x+1)e^{-x+1}$.

أ. بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

ب. أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ ، ثم أعط تفسيراً هندسياً لهذا العدد.

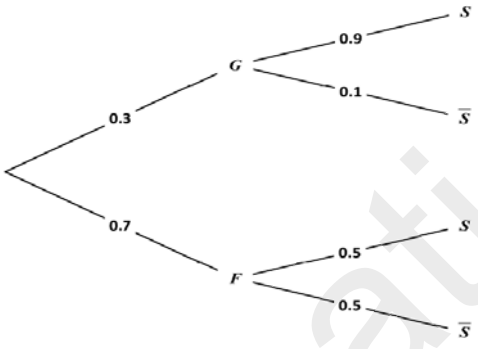
(6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0 \leq q \leq 7$ بالدالة f المعرفة

سابقاً أي: $C_m(q) = f(q)$ حيث: $q \in [0; 7]$. (الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدينانير)

أ. ما هي كمية المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار؟

ب. نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية. احسب القيمة المتوسطة للكلفة

الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
		التمرين الأول : (04 نقاط)
1.25	1.25	(1) تمثيل سحابة النقط $M(x_i; y_i)$
1.25	1.25	(2) إحداثيي النقطة المتوسطة G : (4;56.90)
1.25	01	(3) بيان أن: $a=4.41$
0.25	0.25	استنتاج قيمة b : $b=39.26$
	0.25	(4) السنة التي تتجاوز فيها نسبة النجاح 80% هي: 2020
		التمرين الثاني : (04 نقاط)
1.5	0.5×3	(1) إكمال الشجرة:
		
	0.75×2	(2) حساب الاحتمالات: $P(s) = 0.62$ ، $P(G \cap \bar{S}) = 0.03$
02.25	0.5	$P_{\bar{S}}(F) = \frac{35}{38} \approx 0.92$
0.25	0.25	$P_S(G) = \frac{27}{62} \approx 0.44$
	0.25	(3) الحادثتان G و $\bar{S}$ غير مستقلتين لأن: $P(G \cap \bar{S}) \neq P(G) \times P(\bar{S})$
		التمرين الثالث : (04 نقاط)
1.5	0.5	(1) إثبات أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = 0.7$
	0.5	و حدها الأول $V_0 = 30$
	0.5	و عبارة حدها العام $V_n = 30 \times (0.7)^n$.
0.75	0.25	(2) أ- $U_n = 30 \times (0.7)^n + 20$
	0.25	ب- اتجاه تغير (U_n) : $U_{n+1} - U_n = -9 \times (0.7)^n < 0$ متناقصة تماما .
	0.25	و حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 20$

01	0.5 0.5	(II) 1) عدد المشتركين في سنة 2017 هو 4100 لأن : $U_1 = 50 - 0.3 \times 50 + 6 = 41$ و عدد المشتركين في سنة 2018 هو 3470 لأن $U_2 = 41 - 0.3 \times 41 + 6 = 34.7$
0.75	0.5 0.25	(2) أ- U_{n+1} هو عدد المشتركين في سنة $2016 + (n+1)$ و U_n هو عدد المشتركين في سنة $2016 + n$ فإن $U_{n+1} = U_n - 0.3 \times U_n + 6 = 0.7 \times U_n + 6$ ب - عدد المشتركين أقل من 2400 أي $U_n = 30 \times (0.7)^n + 20 < 24$ أي $(0.7)^n < \frac{2}{15}$ أي $n > \frac{\ln\left(\frac{2}{15}\right)}{\ln(0.7)}$ إذن $n = 6$ أي سنة 2022
2.5	0.75×2 1	<u>التمرين الرابع: (08 نقاط)</u> (1) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 8} f(x) = -\infty$ - المستقيمان اللذان معادلتهما : $x = -2$ و $x = 8$ على الترتيب هما مستقيمان مقاريان عموديان.
1	0.5×2	(2) إثبات أن من أجل كل x من $]-2; 8[$ ، $f'(x) = \frac{-2x + 6}{(x + 2)(-x + 8)}$
1.75	0.5×2 0.75	(3) إشارة $f'(x)$: - جدول التغيرات
0.75	0.75	(4) $f(0) = 0$ إذن $(C_f) \cap (y'y) = \{O(0;0)\}$ $f(x) = 0$ معناه $x = 0$ أو $x = 6$ و منه $(C_f) \cap (x'x) = \{O(0;0); A(6;0)\}$
0.5	0.25 0.25	(5) من أجل كل x من $]-2; 8[$ فإن $(6-x) \in]-2; 8[$ $f(6-x) = \ln(6-x+2) + \ln(x-6+8) - \ln 16$ $f(6-x) = f(x)$ و منه المستقيم ذو المعادلة $x = 3$ هو محور تناظر للمنحني (C_f)
0.5	0.5	(6) إنشاء المنحني (C_f)

0.5	0.5	<p>(7) من أجل كل x من $]-2;8[$ ، $F'(x) = f(x)$ ، إذن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]-2;8[$.</p>
0.5	0.5	<p>(8) $A = \int_0^4 f(x) dx \times (2 \times 2cm^2) = [F(x)]_0^4 \times (2 \times 2cm^2)$ و منه $A = 4[6\ln 6 - 2\ln 2 - 8]cm^2$</p>

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات/ الشعبة: تسيير واقتصاد/ بكالوريا: 2018

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
01	1	(1) تمثيل السحابة
01	0.5 0.5	و $\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3.5$ (2) $\bar{y} = \frac{2.17+2.19+2.32+2.48+2.63+2.77}{6} = 2.43$ ثم تعليم النقطة المتوسطة $G(3.5; 2.43)$ تقبل النتائج القريبة جدا من هذه النتائج .
01	0.5×2	و (3) مستقيم الانحدار بمربعات الدنيا هو $y = 0.128x + 1.982$ لأن : $a = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{2.24}{17.5} \approx 0.128$ $b = \bar{y} - a\bar{x} = 2.43 - 0.128 \times 3.5 = 1.982$ تقبل النتائج القريبة جدا من هذه النتائج .
01	0.5 0.5	هو (4) - سنة 2020 تقابلها الرتبة $x_i = 12$ منه عدد المتقاعدين $y = 0.128 \times 12 + 1.982$ منه 3.518 مليون متقاعد في سنة 2020 . ب- $0.128x + 1.982 > 4$ منه $x = 16$ اي سنة 2024
التمرين الثاني (04 نقاط)		
01	0.25 0.75	(1) أ - $P(H) = 0.12 + 0.13 + 0.27 = 0.52$ ب- إتمام الشجرة : $P_H(A) = \frac{3}{13} , P(F) = 0.16 + 0.12 + 0.20 = 0.48$ $P_H(I) = \frac{1}{4}$ و $P_F(T) = \frac{5}{12}$ و $P_F(I) = \frac{1}{4} , P_F(A) = \frac{1}{3} P_H(T) = \frac{27}{52}$
01	0.5×2	(2) $P(F \cap I) = 0.48 \times \frac{1}{4} = 0.12 , P(H \cap T) = 0.52 \times \frac{27}{52} = 0.27$

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات/ الشعبة: تسيير واقتصاد/ بكالوريا: 2018

01	1	$P(I) = P(I \cap H) + P(I \cap F) = 0.52 \times \frac{1}{4} + 0.48 \times \frac{1}{4} = 0.25$ (3)
01	1	$P_A(H) = \frac{P(H \cap A)}{P(A)} = \frac{0.52 \times \frac{3}{13}}{0.52 \times \frac{3}{13} + 0.48 \times \frac{1}{3}} = \frac{3}{7} \approx 0.43$ (4)
1.5	1 0.25 0.25	<p>التمرين الثالث : (04 نقاط)</p> <p>(1) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n < 6$</p> <p>ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n)</p> <p>استنتاج أن (u_n) متقاربة</p>
1.5	0.5 0.25 0.5 0.25	<p>(2) أ) بيان أن (v_n) متتالية هندسية : $v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$</p> <p>$v_0 = -7$</p> <p>ب) كتابة v_n بدلالة n : $v_n = -7 \left(\frac{1}{2}\right)^n$</p> <p>$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$</p>
01	0.75 0.25	<p>(3) حساب P_n و S_n :</p> <p>$S_n = 7 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 6n - 8$</p> <p>$P_n = (-7)^{n+1} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$</p>
التمرين الرابع (08 نقاط)		
0.75	0.25 0.25 0.25	<p>(I)</p> <p>(1) من أجل $x \in [0; +\infty[$ فإن $g'(x) = (x-2)e^{-x+1}$: - لدينا من أجل $x \in [0; 2]$ فإن g دالة متناقصة تماما. من أجل $x \in [2; +\infty[$ فإن g دالة متزايدة تماما. - بما أن $g(2) = 1 - \frac{1}{e} > 0$ قيمة حدية صغرى للدالة g إذن $g(x) > 0$</p>

2	0.5 0.5×2 0.5	(II) 1 أ- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ إذن المستقيم (Δ) مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ب- $f(x) - x = xe^{-x+1}$ إذن من أجل $x \in [0; +\infty[$ فإن (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)
01	0.5 0.5	(2) تبين أن من أجل $x \in [0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ جدول التغيرات
0.75	0.75	3 f دالة مستمرة و رتيبة على المجال $[3.75; 3.77]$ و $f(3.75) \approx 3.98$ و $f(3.77) \approx 4.01$ ،
1.75	1 0.25×3	4 معادلة المماس $(T): y = x + 1$ رسم المماس ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)
1	0.25 0.5 0.25	5 أ- إثبات أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ب- $\int_1^4 f(x)dx = [F(x)]_1^4 = \frac{19}{2} - 5e^{-3}$ تفسير الهندسي للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمتين التي معادلاتها : $x = 1, x = 4$ و $y = 0$
0.75	0.5 0.25	6 أ- لدينا $f(x) < 4$ معناه $x \in [0; \alpha[$ إذن $C_m(q) < 4$ معناه $q \in [0; \alpha[$ ب- القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية ما بين 1 وحدة و 4 وحدات . $\mu = \frac{1}{4-1} \int_1^4 f(x)dx = \frac{19}{6} - \frac{5e^{-3}}{3}$