

فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : ساعة ونصف

المستوى : سنة ثانية شعبة علوم تجريبية

يمنع منعاً باتاً استعمال القلم المصحح " l'effaceur "
تؤخذ بعين الاعتبار الإجابة الدقيقة والواضحة

التمرين 1 : 11 نقاله

I - f دالة معرفة على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$

□ عين العددين الحقيقيين α و β حيث : $f(x) = \frac{\alpha}{x+2} + \beta$

II - نضع : $\alpha = \beta = 1$

- ① فكك f إلى مركب دالتين u و v حيث : $f = v \circ u$
- ② شكل جدول تغيرات كل من u و v ثم استنتج جدول تغيرات f
- ③ جد نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل
- ④ اشرح كيفية رسم (C_f) ثم ارسمه في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

III - g و h دالتين معرفتين بـ : $g(x) = \frac{|x+3|}{|x+2|}$ و $h(x) = \sqrt{x}$

- ① اشرح كيفية إنشاء (C_g) ثم أنشئه في نفس المعلم السابق (استعمال الألوان)
- ② حدد D_{hof}

التمرين 2 : 09 نقاله

I - نعتبر كثير الحدود : $P(x) = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

- ① أحسب $P(3)$ ، ماذا تستنتج ؟
- ② عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث : $P(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$
- ③ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ثم استنتج تحليل $P(x)$ إلى جداء ثلاث كثيرات حدود من الدرجة الأولى
- ④ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x) > 0$
- ⑤ عين إشارة العدد $P\left(\frac{2020}{2021}\right)$ مع التبرير

II - ليكن m وسيط حقيقي ، ولتأمل كثير الحدود : $Q_m(x) = mx^2 + 6x + 9m$

- ① عين جميع القيم الممكنة لـ m التي يكون من أجلها لـ Q_m جذر وحيد
- ② حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $Q_{-1}(x) \times P(x) = 0$

❖ وَتَفَقَدُ إِنَّ جَهْلْتَ وَأَنْتَ بَاقٍ ❖ ❖ ❖ وَتُوجَدُ إِنَّ عِلْمْتَ وَلَوْ فَقَدْتَ ❖
❖ أبو إسحاق الألبيري ❖

التصحيح النموذجي لفرض الفصل الأول

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثانية شعبة علوم تجريبية

حل التمرين 1 : 11 نقطة

I - f دالة معرفة على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$

□ لنعيّن العددين الحقيقيين α و β :

$$f(x) = \frac{\alpha}{x+2} + \beta = \frac{\alpha + \beta x + 2\beta}{x+2} = \frac{\beta x + (\alpha + 2\beta)}{x+2}$$

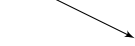
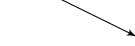
◀ بالمطابقة نجد $\begin{cases} \beta = 1 \\ \alpha + 2(1) = 3 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} \beta = 1 \\ \alpha = 1 \end{cases}$

II - نضع : $\alpha = 1$ و $\beta = 2$

① لنفكك f إلى مركب v و u حيث $f = v \circ u$ وذلك بوضع $u(x) = x + 2$ و $v(x) = \frac{1}{x} + 1$ ، لأن :

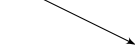
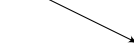
$$(v \circ u)(x) = v(u(x)) = \frac{1}{u(x)} + 1 = \frac{1}{x+2} + 1 = f(x)$$

② لنشكل جدول تغيرات كل من u و v :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
v			

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
u			

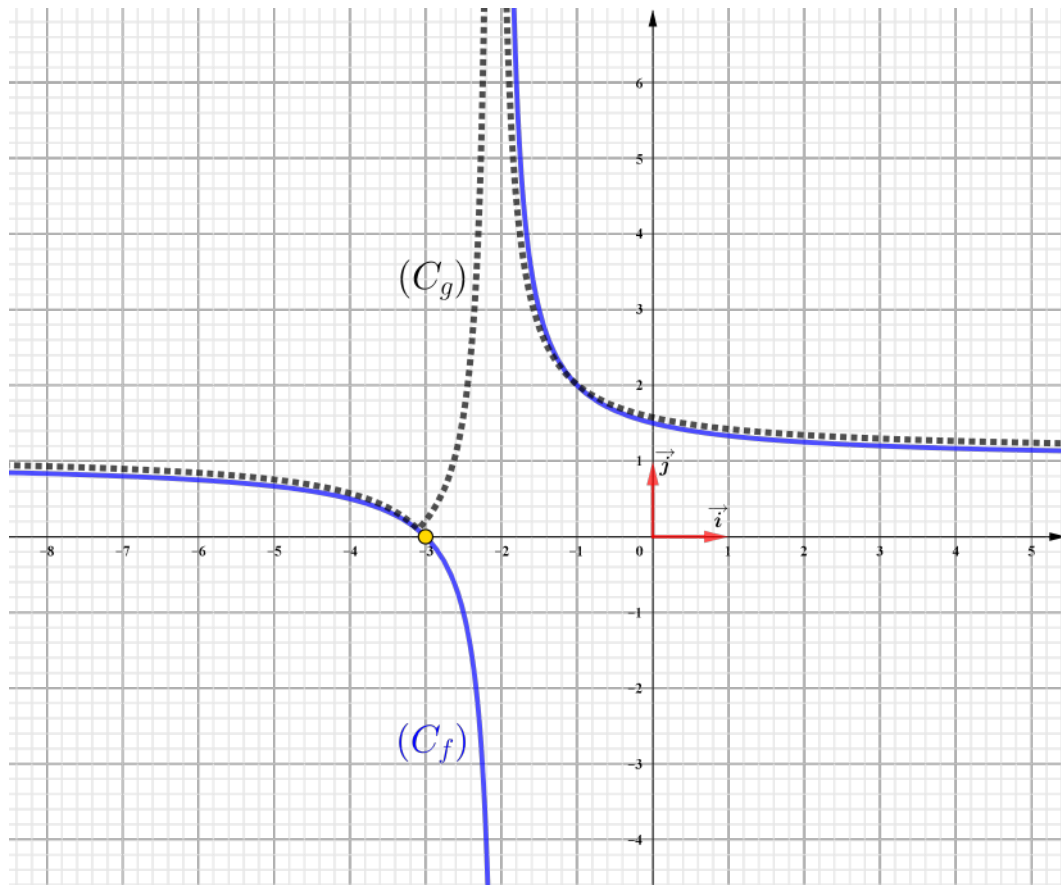
◀ نستنتج جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
f			

③ لنبحث عن نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل :

◀ $f(x) = 0$ تكافئ $\frac{x+3}{x+2} = 0$ تكافئ $x+3 = 0$ أي $x = -3$ وعليه نقطة التقاطع هي $A(-3; 0)$.

④ (C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بانسحاب شعاعه $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$:



III - h و g دالتين معرفتين بـ : $h(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{|x+3|}{|x+2|}$

① لنلاحظ أولاً أنّ :

$$g(x) = \frac{|x+3|}{|x+2|} = \left| \frac{x+3}{x+2} \right| = |f(x)|$$

■ الشرح :

- ◀ (C_g) ينطبق على (C_f) لما يكون (C_f) فوق محور الفواصل .
 - ◀ (C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما يكون (C_f) تحت محور الفواصل .
- ② لدينا $h \circ f$ معرفة من أجل $x \in D_f$ و $f(x) \in D_h$ أي $f(x) \geq 0$ ومنه :

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
$x+3$	-	0	+	+
$x+2$	-	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	+

◀ خلاصة : $D_{h \circ f} =]-\infty; -3] \cup]-2; +\infty[$

حل التمرين 2 : 09 نقاله

I - نعتبر كثير الحدود : $P(x) = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$
1 لنحسب $P(3)$:

$$P(3) = -(3)^3 + 9(3)^2 - 27(3) + 27 = -27 + 81 - 81 + 27 = 0$$

◀ الإستنتاج : 3 جذر لـ P .

2 لنعين الأعداد الحقيقية a ، b و c :

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-3)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - 3ax^2 - 3bx - 3c \\ &= ax^2 + (b-3a)x^2 + (c-3b)x - 3c \end{aligned}$$

◀ بالمطابقة نجد $\left\{ \begin{array}{l} a = -1 \\ b = 6 \\ c = -9 \end{array} \right.$ ومنه $\left\{ \begin{array}{l} a = -1 \\ b - 3(-1) = 9 \\ (-9) - 3b = -27 \\ c = -9 \end{array} \right.$ ومنه $\left\{ \begin{array}{l} a = -1 \\ b - 3a = 9 \\ c - 3b = -27 \\ -3c = 27 \end{array} \right.$

◀ خلاصة : $P(x) = (x-3)(-x^2 + 6x - 9)$

3 $P(x) = 0$ تكافئ $x = 3$ أو $-x^2 + 6x - 9 = 0 \dots (*)$ ، ولدينا $\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(-1)(-9) = 0$

ومنه $(*)$ تقبل حل مضاعف $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = 3$ وعليه مجموعة حلول المعادلة $P(x) = 0$

هي $S = \{3\}$.

◀ نتيجة : $P(x) = -(x-3)^3$.

4 لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x) > 0$:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$x - 3$	-	0	+
$-x^2 + 6x - 9$	-	0	-
$P(x)$	+	0	-

◀ ومنه مجموعة الحلول هي : $S =]-\infty; 3[$.

5 لدينا $1 < 3 < \frac{2020}{2021}$ إذاً نستنتج أن : $P\left(\frac{2020}{2021}\right) > 0$.

II - m وسيط حقيقي ، ولنتأمل كثير الحدود : $Q_m(x) = mx^2 + 6x + 9m$.

1 لنعين قيم m :

◀ إذا كان $m = 0$ فإن $\deg Q_m = 1$ وبالتالي Q_m جذر وحيد .

◀ إذا كان $m \neq 0$ فإن $\deg Q_m = 2$ وعليه نبحت عن قيم m التي تعدم مميز المعادلة $Q_m(x) = 0$.

◀ $\Delta_m = (6)^2 - 4(9)(m) = 36 - 36m^2 = 0$ تكافئ $m^2 = 1$.

◀ تكافئ $m = 1$ أو $m = -1$.

◀ خلاصة : $m \in \{-1; 0; 1\}$.

2 $Q_{-1}(x) \times P(x) = 0$ تكافئ $P(x) = 0$ أو $-x^2 + 6x - 9 = 0$ ومنه نستنتج مجموعة الحلول $S' = \{3\}$.